

Universidad Autónoma de Chiriquí
Facultad de Ciencias Naturales y Exactas
Escuela de Física

Estudio correlacional, mediante leyes de potencia, del desarrollo económico de la República de Panamá estudiando el producto interno bruto (PIB) en función de la población desde el año 1980 hasta el año 2010

Elaborado por:

Mabony Sánchez
4-750-490

Jocabed Vargas
4-757-947

Profesor Asesor: Jorge Suárez

Trabajo de Graduación
para optar por el Título
de Licenciadas en
Física

David, Chiriquí
2017

Dedicatorias

Esta tesis se la dedico a mi Dios quién supo guiarme por el buen camino, darme fuerzas para seguir adelante y no desmayar en los problemas que se presentaban, enseñándome a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad ni desfallecer en el intento.

A mi familia, por ellos soy lo que soy.

Para mis padres por su apoyo, consejos, comprensión, amor, ayuda en los momentos difíciles, y por ayudarme con los recursos necesarios para estudiar. Me han dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi carácter, mi empeño, mi perseverancia, mi coraje para conseguir mis objetivos.

A mis hermanos por estar siempre presentes, acompañándome para poderme realizar, quienes han sido y son mi motivación, inspiración y felicidad.

Jocabed Abding Vargas

RJST 814

A Dios.

Por permitirme llegar hasta este punto y por darme salud para lograr mis objetivos.

A mi madre Julia.

Por su apoyo en todo momento, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien.

A mi hija Jivelis

Por ser mi motor, mi fuente de inspiración y motivo de mis alegrías, por el valor mostrado para salir adelante y por su amor.

A mis profesores.

Lic. Jorge Isaac Suárez por su gran apoyo y motivación para la culminación de nuestros estudios profesionales y para la elaboración de esta tesis; al Lic. Richard Thompson por su apoyo ofrecido en este trabajo; al Lic. Raúl Rodríguez por su tiempo compartido y por impulsar nuestra formación profesional.

A mis amigos.

Que nos apoyamos mutuamente en nuestra formación profesional y que hasta ahora, seguimos siendo amigos: Carlos Concepción y Ulises Vargas.

Finalmente a los profesores, aquellos que marcaron cada etapa de nuestro camino universitario, y que me ayudaron en asesorías y dudas presentadas en la elaboración de la tesis

Mabony Sánchez Lezcano

Agradecimientos

iv

Es motivo de alegría y satisfacción personal culminar una etapa más, dando nuestros más sinceros agradecimientos, a Dios por darnos cada día fortaleza y sabiduría para conducir esta bella carrera, a la vez agradecer a nuestros padres por todo su apoyo para seguir adelante.

Cabe destacar que nuestros agradecimientos se extienden para cada profesor que contribuyó a nuestra formación profesional, a su buena voluntad y paciencia para con nosotras, dando como resultado el fruto de hoy.

Agradecer además al Señor Gabriel Rodríguez V, jefe de La Sección de Ingreso Nacional del Instituto Nacional de Estadística y Censo y demás colaboradores de La Contraloría General de La República, por su gran apoyo en proporcionar los datos e información requerida para dicho estudio.

Y muy especialmente a nuestro profesor asesor Jorge Suárez por conducir nuestro trabajo de graduación.

Sin duda agradecidas con el altísimo por habernos premiado de pequeños éxitos en el transcurso de nuestras vidas, por orientar nuestro camino y porque sin Él nada es posible.

GRACIAS

Tabla de Contenidos

Capítulo 1. Marco introductorio	1
1.1 Introducción	1
1.2 Planteamiento del problema.....	2
1.3 Justificación e importancia de la investigación	2
1.4 Objetivos.....	3
1.4.1 Objetivo general.....	3
1.4.2 Objetivos específicos	3
1.5 Limitaciones.....	3
1.6 Estructura del trabajo.....	4
Capítulo 2. Marco teórico y conceptual.....	5
2.1 Aspectos Generales	5
2.2 Antecedentes históricos	5
2.3 Leyes de Potencia	6
2.3.1 Ley de Zipf.....	7
2.3.2 Ley de Gabaix.....	8
2.3.3 Ley de Gibraf	8
2.3.4 Distribución de Pareto.....	8
2.4 Definición de población.....	8
2.5 Comportamiento de la población en la República de Panamá.....	9
2.6 Definición de PIB	11
2.6.1 Importancia del crecimiento del PIB	11
2.6.2 Cálculo del PIB.....	11
2.6.3 Fórmula para calcular PIB	12
2.7 Comportamiento del PIB en la República de Panamá.....	13
Capítulo 3. Marco metodológico	15
3.1 Aspectos generales.....	15
3.2 Instrumentos.....	15
3.3 Ubicación, población y muestra de la investigación.....	16
3.4 Análisis estadístico.....	16
3.5 Variable estudiada.....	16
3.5.1 Análisis descriptivo.....	17
3.5.2 Precisión en la estimación del coeficiente de Zipf.....	18
3.6 Metodología de estimación curvilínea	20
3.6.1 Análisis cronológico del comportamiento entre la población y PIB	20
3.7 Análisis inferencial	21
3.7.1 Análisis de la consistencia de los datos censales obtenidos	21
3.7.2 Prueba de asociación de dos variables cuantitativas.....	21
Capítulo 4. Análisis y discusión de los resultados.....	23
4.1 Análisis descriptivo de la población y del producto interno bruto de la República de Panamá.....	23
4.1.1 Población.....	23
4.1.2 Comportamiento de la distribución rango – tamaño poblacional.....	24
4.1.3 Producto Interno Bruto	29

4.1.4 Comportamiento de la distribución rango – tamaño PIB.....	30
Conclusiones.....	45
Recomendaciones	48
Referencias bibliográficas.....	49
Anexos	51
Anexo 1. Tabla de rango tamaño poblacional por provincias 1980-2010	51
Anexo 2. Tabla de rango tamaño del PIB en millones de balboas 1980-2010	52
Anexo 3. Tabla para gráficos PIB vs Población 1980-2010.....	53
Anexo 4. Gráficas rango- tamaño poblacional 1980-2010	54
Anexo 5. Gráficas de rango - tamaño PIB 1980-2010.....	70
Anexo 6. Gráficas PIB vs Población 1980-2010	86

Lista de gráficas

viii

Gráfica 1. Población de la República de Panamá 1980-2010.....	10
Gráfica 2. PIB en millones de balboas de la República de Panamá 1980-2010	14
Gráfica 3. PIB en millones de balboas de la República de Panamá 1980-2010 de acuerdo a la OMC.	14
Gráfica 4. Rango Tamaño Poblacional 1980	25
Gráfica 5. Rango Tamaño Poblacional 1985	25
Gráfica 6. Rango Tamaño Poblacional 1990	26
Gráfica 7. Rango Tamaño Poblacional 1995	26
Gráfica 8. Rango Tamaño Poblacional 2000	27
Gráfica 9. Rango Tamaño Poblacional 2005	27
Gráfica 10. Rango Tamaño Poblacional 2010	28
Gráfica 11. Rango Tamaño PIB 1980.....	31
Gráfica 12. Rango Tamaño PIB 1985.....	31
Gráfica 13. Rango Tamaño PIB 1990.....	32
Gráfica 14. Rango Tamaño PIB 1995.....	32
Gráfica 15. Rango Tamaño PIB 2000.....	33
Gráfica 16. Rango Tamaño PIB 2005.....	33
Gráfica 17. Rango Tamaño PIB 2010.....	34
Gráfica 18. PIB vs Población 1980.....	36
Gráfica 19. PIB vs Población 1985.....	37
Gráfica 20. PIB vs Población 1990.....	38
Gráfica 21. PIB vs Población 1995.....	39
Gráfica 22. PIB vs Población 2000.....	40
Gráfica 23. PIB vs Población 2005.....	41
Gráfica 24. PIB vs Población 2010.....	42

Capítulo 1. Marco introductorio

1.1 Introducción

El objetivo de este capítulo es servir de marco de referencia a esta tesis. Durante el desarrollo se expondrá: el planteamiento del problema, la justificación e importancia de la investigación, objetivos, limitaciones y la estructura de la presente investigación.

- ❖ En el planteamiento del problema se hace una descripción del contexto en que se desarrolla esta tesis, de modo que sirva para comprender por qué se ha planteado este tema de investigación de Física y Sociedad.
- ❖ En el apartado de la justificación e importancia de la investigación se establece la naturaleza de la misma, y la expectativa social de este trabajo.
- ❖ En lo referente a los objetivos, se plantean los de carácter general y específico que se pretenden alcanzar a lo largo de esta tesis.
- ❖ En cuanto a las limitaciones se establecen límites o problemas encontrados durante el desarrollo de la investigación y la alternativa para continuar con la misma.
- ❖ Finalmente, se describe la estructura y contenido del trabajo que ayudará a ubicar al lector durante el desarrollo del trabajo.

1.2 Planteamiento del problema

Los aportes de la Física hoy por hoy no se limitan únicamente a áreas específicas de esta ciencia, sino que también está presente, prácticamente en la totalidad de los sectores económicos y de desarrollo poblacional; éstas incorporan conceptos físicos; ya que la economía es un sistema complejo adaptativo y para el estudio de su evolución son ideales los conocimientos sobre sistemas aleatorios. De acuerdo a la bibliografía de Cobos, Goddar y Gutierrez, se plantea que: “El estudio del tamaño de la ciudades está directamente ligado a los niveles de desarrollo económico de la región, debido a que un país cuyas ciudades evolucionan de manera favorable en cuanto a ingreso económico o empleo, consecuentemente evolucionará en una mayor población” Si esto ocurre en las grandes ciudades, debe ocurrir de forma similar en las ciudades o regiones minoritarias del país.

Nuestro proyecto es una aplicación de la Física a la sociedad; el objetivo planteado es determinar la relación entre las variables población y producto interno bruto de la República de Panamá. Utilizaremos datos censales de los últimos cuatro censos de población y vivienda (1980, 1990, 2000, 2010) y el producto interno bruto por sector económico para el mismo intervalo de tiempo.

1.3 Justificación e importancia de la investigación

Para el caso de las ciudades principales de la República de Panamá, existen pocas citas bibliográficas en donde se hayan planteado estudio sobre la relación de variables de población y economía, situación que nos permite realizar el alcance de dicha relación y

nos lleva a plantear un problema y surge una pregunta clave: ¿Cómo la concentración o dispersión de la población afecta el comportamiento del crecimiento económico?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Explicar un comportamiento nacional descriptivo sobre el rendimiento creciente en cuanto a producto interno bruto y población de las principales ciudades de la república.

1.4.2 Objetivos específicos

- ❖ Estudiar la relación y el impacto del factor externo poblacional en el crecimiento económico de las ciudades.
- ❖ Aplicar métodos matemáticos utilizados en Física para estudiar el comportamiento social y verificar el cumplimiento de una ley de Potencia.
- ❖ Demostrar el comportamiento con tendencia creciente en la relación de las variables en estudio.

1.5 Limitaciones

Al inicio de de esta investigación habíamos establecido trabajar variables de Población e Ingreso Per Cápita, sin embargo a lo largo de la fase de recolección de datos encontramos carencia de información necesaria para llevar a cabo dicha investigación, ya que en la República de Panamá el Ingreso Per cápita se lleva a escala nacional, limitándonos, en vista que requeríamos datos provinciales, que de manera inicial representaba nuestra primera limitante, de esta manera se modifica una de las variables en estudio, de Ingreso Per cápita a Producto Interno Bruto de cada provincia. Cabe destacar

que el Instituto Nacional de Estadística y Censo a través de cuentas nacionales contaba con datos de PIB desglosado por provincia hasta el año 1996, razón por la cual fue necesario hacer cálculos provinciales de dicha variable desde el año 1997 hasta el 2010, previo a la investigación por desarrollar.

1.6 Estructura del trabajo

Los capítulos presentados en este trabajo se distribuyen de la siguiente manera:

En el capítulo II, se expone una introducción a los conceptos de la población en Panamá, el producto interno bruto PIB de Panamá, la evolución de ambas variables y conceptos relacionados y el modelo a utilizar para la elaboración de dicho trabajo.

En el capítulo III, se exponen los muestreos de relación entre ambas variables.

También se expone el procedimiento, el análisis y las metodologías estadísticas para el desarrollo de los objetivos de la investigación.

En el capítulo IV, se presentan los datos, gráficas y resultados estadísticos correspondientes

Capítulo 2. Marco teórico y conceptual

2.1 Aspectos Generales

En términos generales, este capítulo expone los conceptos que sustentan la presente investigación.

Primero, resaltamos antecedentes históricos y explicamos las Leyes de Potencia aplicadas y posteriormente presentamos definiciones y comportamientos de las variables estudiadas: Producto Interno Bruto y Población de la República de Panamá.

2.2 Antecedentes históricos

La ley de Zipf, cuya explicación trataremos más adelante, ha sido estudiada en diversos campos del conocimiento; por ejemplo, ha sido aplicada para detectar las diferencias semánticas entre los ideogramas del idioma japonés y los fonogramas del idioma inglés (Nabeshima y Ukio-Pegio, 2004); en física ha sido usada para medir la transición de la fase líquida del gas (Ma, 2006); en la contabilidad como mecanismo para la detección de fraudes financieros (Huang, Yen, Yang, y Hua, 2008); en la economía para medir los ingresos (Wyt, 2005); en la demografía para medir la distribución de las poblaciones (Benguigui y Blumenfeld-Lieberthal, 2009; Cordoba, 2008; Black y Henderson, 2003); en la biología para analizar los aspectos relevantes de la evolución (Bornbergbaue, 1997); en fenómenos sociales como la distribución del tamaño de las ciudades de México (Josep Roca y Blanca Arellano, 2010) ; una caracterización de la dinámica poblacional para Colombia y sus regiones (Gerson Pérez y Adolfo Roca, 2013); estudios del sistema urbano en Argentina (Aníbal Mignone y Alejandra Torre, 2014). La

lista de aplicaciones en otros campos del conocimiento diferentes a la ciencia de la información es muy amplia y variada.

2.3 Leyes de Potencia

Cuando hablamos de de una Ley de Potencia nos referimos a una relación matemática entre dos magnitudes que cumplen con la forma:

$$y = y_0 x^m$$

donde y_0 es un número real llamado constante de proporcionalidad y m otro número real denominado exponente, y corresponde a la variable dependiente y x la variable independiente.

La ley de Potencia puede expresarse como una línea recta en un gráfico doble-logarítmico, ya que la ecuación anterior guarda, en este caso, la forma:

$$\log(y) = \log(y_0) + m \log(x)$$

Que es la ecuación de una línea recta:

$$y = y_0 + mx$$

Se dice que las leyes de potencia son por lo general producto de sistemas complejos que representan rasgos de la estructura y función de los sistemas antes mencionados. Particularmente, estas leyes reflejan el resultado de reglas o mecanismos simples, consecuencia de unos pocos principios físicos, biológicos y matemáticos básicos.

Es por esto que, las leyes de potencia tienen su campo de acción en diversas áreas del conocimiento humano, sin embargo se desarrolla a su máxima expresión en el ámbito científico; ya que son diversos los fenómenos que se ajustan a una Ley de Potencia.

Entre los fenómenos que se ajustan a una ley de potencia podemos destacar los siguientes: el período de oscilación de un péndulo, el surgimiento de magma a través de la corteza terrestre, tipos de latidos del corazón, de los cuales diversos estudios demuestran que se comporta además de manera compleja, las fracturas de los materiales ya que para definir la autofinidad de un fractal se emplea el movimiento browniano que se reduce a la aplicación de una ley de potencia, en el estudio del rendimiento deportivo; las leyes de potencia pueden ser muy útiles para investigar el rendimiento humano en vista que los records mundiales son medidas bien establecidas y bastante bien estandarizadas.

2.3.1 Ley de Zipf

De acuerdo con Simon (1995), el proceso detrás de esta Ley es el crecimiento proporcional aleatorio. La forma de aproximarse a ella es a través de la llamada regla del tamaño de rango. Se trata de una regla determinista basada en la percepción de que la segunda más grande de las observaciones posee la mitad del tamaño de la primera más grande, la tercera observación más grande posee un tercio del tamaño de la primera más grande y así sucesivamente¹, por ejemplo, en el caso de una muestra poblacional; si llamamos (P_n) a la población de rango (n), (P_1) a la población de primer rango, (r) el rango de la ciudad, y (q) una constante, tenemos:

$P_n = q (P_1/r)$; ecuación que representa la regla del tamaño del rango.

¹ Planteado por George Zipf, 1949

2.3.2 Ley de Gabaix

Dice que una ley de potencia es la forma que adoptan una gran cantidad de regularidades en la ciencia económica. Se trata de una representación o relación denotada por la expresión $Y = kX^a$, donde X y Y son variables de interés, k es una constante y a es conocida como el exponente de la Ley de Potencia.

2.3.3 Ley de Gibrat

Especifica que la población de las ciudades crece aleatoriamente con la misma media y varianza, y que existe independencia entre el crecimiento poblacional y el tamaño de las ciudades.

2.3.4 Distribución de Pareto

Es la ley de potencia más frecuente, ésta expresa que la probabilidad de que alguna variable X asuma un valor x es proporcional a $\frac{1}{x^\xi}$. Un caso especial es la Ley de Zipf, la cual es un caso particular de la Ley de Pareto con exponente $\xi \cong 1$.

2.4 Definición de población

La población es un conjunto de individuos de la misma clase, limitada por el estudio. Según Tamayo y Tamayo, (1997), "La población se define como la totalidad del fenómeno a estudiar donde las unidades de población posee una característica común la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación".

En estadística, el término es aplicado a cualquier colección finita o infinita de individuos. Ha desplazado al antiguo término universo. Es prácticamente sinónimo de agregado y no necesariamente se refiere a una colección de organismos vivos. Normalmente cuando no

se puede disponer de información de toda la población se recurre al estudio de una muestra.

2.5 Comportamiento de la población en la República de Panamá

De acuerdo a informes emitidos por La Contraloría General de la República de Panamá, nuestro país está en plena transición demográfica, ya que la tasa de crecimiento ha disminuido de 3,17 entre 1911 y 1920, a una tasa de 2,00 entre 1990 y el 2000; y de 1,84 entre 2000 y 2010, situación que según se prevé se mantendrá durante los próximos 25 años, como consecuencia directa de la disminución de nacimientos a nivel nacional.

Año	Total	Bocas del Toro	Coclé	Colón (1)	Chiriquí	Darién	Herrera	Los Santos	Panamá	Veraguas	Comarca Kuna Yala	Comarca Emberá	Comarca Gnöbe Buglé
TASA DE CRECIMIENTO ANUAL (Por cada 100 habitantes)													
1911	3,17	2,03	2,86	6,85	2,11	1,98	2,60	1,58	5,25	1,24
1920	0,47	-5,57	0,66	-0,19	0,06	2,25	0,68	1,76	1,63	0,43
1930	2,76	0,39	1,38	3,01	3,56	1,04	1,97	1,78	4,05	1,92
1940	2,56	3,02	2,69	1,41	2,15	-0,18	2,71	2,11	3,59	2,28
1950	2,94	3,83	2,45	1,58	3,15	3,01	2,10	1,40	4,14	2,10
1960	3,06	3,12	2,54	2,60	2,43	1,50	1,74	0,27	4,76	1,52
1970	2,37	2,08	1,79	2,02	1,98	1,58	1,23	-0,30	3,44	1,33
1980	2,58	3,32	2,08	2,32	1,14	3,06	1,34	0,91	2,85	1,37	1,75
1990	2,00	1,87	1,57	1,95	1,36	1,17	0,90	0,82	2,62	0,52	-0,48	0,34	4,27
2000	1,84	3,46	1,45	1,71	1,23	1,85	0,71	0,71	2,12	0,83	0,20	1,95	3,60

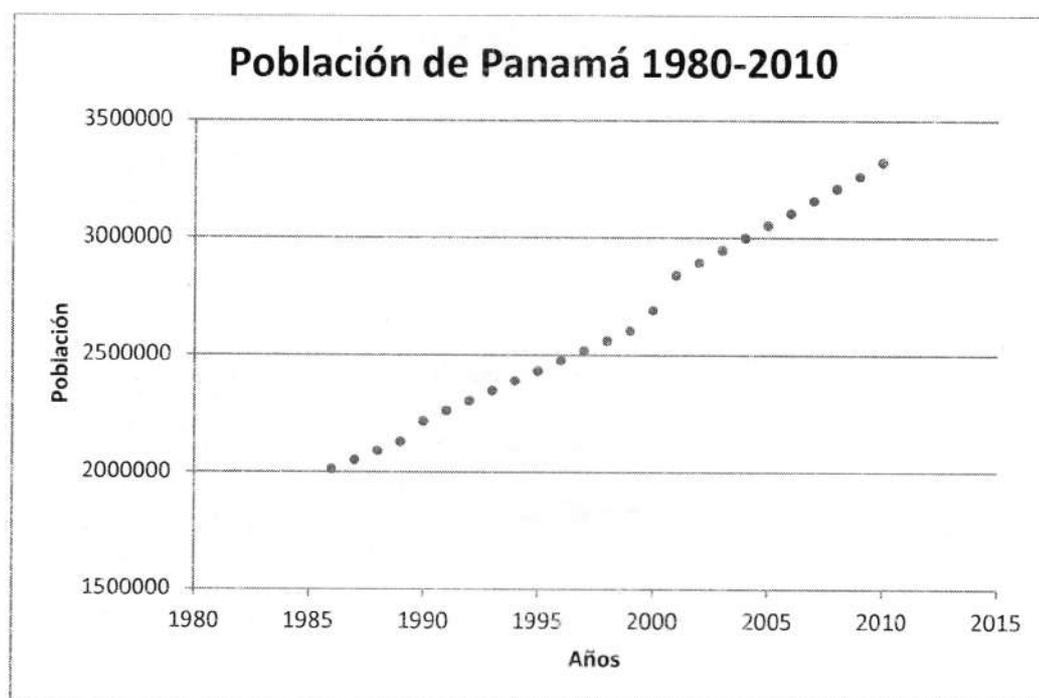
Tabla 1. Tasa de crecimiento intercensal por provincia: 1911-2010

Fuente: Contraloría General de la República de Panamá, Instituto Nacional de Estadística y Censo.

(1) Para fines comparativos no incluye en la provincia de Colón, la Comarca Kuna Yala a partir del censo de 1970. Nota: La tasa intercensal mide el crecimiento de la población entre dos años censales.

Según el Censo de 2010 la población en la República de Panamá asciende a 3 405 813 personas, lo que representa un incremento poblacional en diez años de 566 636 personas.

Cabe señalar, que el 50,3% de la población total se concentra en la provincia de Panamá, en donde la tasa de crecimiento es del 2,1%.



Gráfica 1. Población de la República de Panamá 1980-2010.

Fuente: Contraloría General de la República de Panamá, Instituto Nacional de Estadística y Censo.

La gráfica 1, nos muestra claramente que el crecimiento de la población panameña posee una tendencia lineal.

2.6 Definición de PIB

Según Callen (2008), el PIB mide el valor monetario de los bienes y servicios finales, es decir, los que adquiere el consumidor final, producidos por un país en un período.

El PIB es un indicador representativo que ayuda a medir el crecimiento o decrecimiento de la producción de bienes y servicios de las empresas de cada país, únicamente dentro de su territorio. Este indicador es un reflejo de la competitividad de las empresas.

2.6.1 Importancia del crecimiento del PIB

A nivel general, el crecimiento del PIB es fundamental para una economía, ya que un aumento del mismo refleja un aumento de la actividad económica. Si la actividad económica incrementa, implica que el desempleo tiende a disminuir y que la renta per cápita aumenta. Esto a su vez redundará en el crecimiento económico, porque los agentes económicos se inclinarán más a gastar en lugar de ahorrar. Sumado a esto, tras un aumento del PIB, los ingresos fiscales de un Estado consecuentemente se elevarán, ya que éste recauda más impuestos. Por ende, el Estado puede destinar esas cantidades a partidas de gastos.

2.6.2 Cálculo del PIB

Para calcular PIB, sólo se debe tener en cuenta la producción que se realiza en el país, dentro de las fronteras geográficas de la república, sin distinción alguna, ya sea que la producción fuera realizada por personas o empresas nacionales o extranjeras.

El proceso para determinar el PIB se puede realizar de tres formas disímiles, sin embargo, se llega al mismo resultado; según el punto de vista, se puede determinar de las siguientes formas:

- ❖ El método del gasto o por el lado de la demanda: El cálculo se realiza por medio de la suma de todas las demandas finales de productos de la economía; es decir, puesto que la producción nacional puede ser consumida por el Gobierno (gasto), invertida o exportada, este punto de vista calcula el PIB como la suma de todo el consumo (el gasto más la inversión más las exportaciones menos el consumo de productos importados).
- ❖ El método del valor agregado o por el lado de la oferta: El PIB se calcula sumando, para todos los bienes y servicios, el valor agregado que se genera a medida que se transforma el bien o el servicio en los diferentes sectores de la economía o ramas de la actividad económica. En este caso es útil calcular el PIB sectorial o PIB para cada sector productivo (por ejemplo el PIB del sector de la minería, la agricultura, las comunicaciones, el transporte, la industria manufacturera, la construcción, el sector financiero, etc.).
- ❖ El método del ingreso o la renta: En este método, el PIB se calcula sumando los ingresos de todos los factores (trabajo y capital) que influyen en la producción. El ingreso sería el dinero o las ganancias que se reciben a través del salario, los arrendamientos, los intereses, etc.

2.6.3 Fórmula para calcular PIB

La fórmula más sencilla y común para el cálculo del PIB es la siguiente:

$$PIB = C + I + G + X - M$$

donde **C** es el valor total del consumo nacional. **I** es la formación bruta de capital también conocida como Inversión. **G** el gasto público. **X** es el valor total de las exportaciones. **M** el volumen o valor de las importaciones.

2.7 Comportamiento del PIB en la República de Panamá

El producto interno bruto (PIB) de nuestra República es un indicador por excelencia para la medición del crecimiento económico, registró en el 2010 un incremento de 7,5% en la producción de bienes y servicios de la economía panameña, con respecto al año anterior.

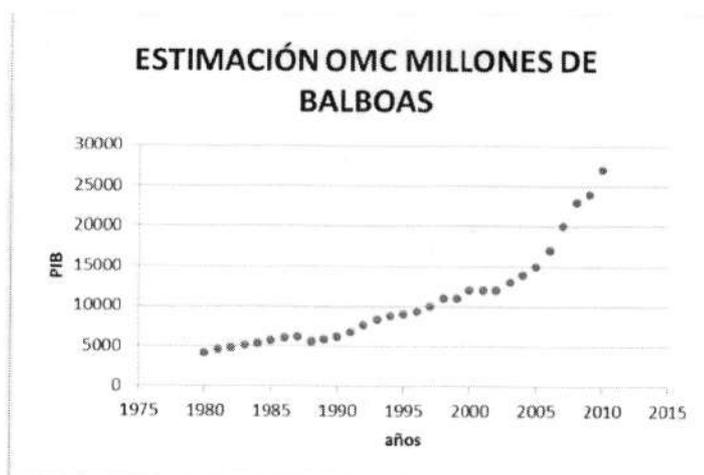
El PIB Valorado a precios constantes de 1996 registró, según cálculos del Instituto Nacional de Estadística y Censo, alcanzó un monto de B/.20 862,9 millones reflejando un incremento anual de B/.1 448,8 millones, este crecimiento es explicado por la recuperación de la economía internacional, que influyó en el comportamiento de las actividades económicas relacionadas con el sector externo. Entre estas, se destacan las siguientes: puertos, transporte aéreo, turismo, comercio en la Zona Libre de Colón quien realiza por sí solo un gran aporte, convirtiendo a Colón en la segunda provincia con mayor aporte al PIB de la república.



Gráfica 2. PIB en millones de balboas de la República de Panamá 1980-2010

Fuente: Contraloría General de la República de Panamá, Instituto Nacional de Estadística y Censo.

La gráfica 2, refleja el comportamiento del Producto Interno Bruto de la República durante el período de estudio, el cual es contrastado en la gráfica 3 con una estimación presentada por la Organización Mundial de Comercio.



Gráfica 3. PIB en millones de balboas de la República de Panamá 1980-2010 de acuerdo a la OMC.

Fuente: Organización Mundial de Comercio

Capítulo 3. Marco metodológico

3.1 Aspectos generales

La metodología utilizada corresponde a un estudio causal, retrospectivo, longitudinal, donde estudiamos el Producto Interno bruto de la República de Panamá por provincia y su relación con la población a través de Ley de Zipf y otras Leyes de Potencia.

Las nueve series estudiadas contienen registro, tanto de PIB cómo de población provincial acumulados en las últimas tres décadas (1980-2010); dicha información fue proporcionada por la Contraloría General de la República, a través del Instituto Nacional de Estadística y Censo, Sección de Ingreso Nacional.

A lo largo de este capítulo, se describe la instrumentación requerida para el procesamiento de la información y su respectivo análisis estadístico, se presenta la población y muestra de la investigación, variables estudiadas y el proceso de validación del estudio.

3.2 Instrumentos

Para el procesamiento de información se utilizó:

- ❖ Computadora Portátil
- ❖ Microsoft Office Word 2010
- ❖ Microsoft Office Excel 2010

Para el análisis estadístico se utilizó:

- ❖ IBM SPSS STATISTICS versión 19

3.3 Ubicación, población y muestra de la investigación

El estudio se efectuó en la República de Panamá, para cada provincia que la conforma. Los sujetos de esta investigación son el Producto Interno Bruto y la Población por Provincia de la República de Panamá.

Todos los datos utilizados para la investigación fueron proporcionados por La Contraloría General de la República de Panamá e Instituto Nacional de Estadística y Censo, Sección de Ingresos Nacional.

La muestra abarca las series de tiempo desde el año 1980 al 2010 para ambas variables.

3.4 Análisis estadístico

El trabajo de investigación comprende dos tipos de análisis estadísticos que tratan de un análisis descriptivo y un análisis inferencial

El análisis descriptivo nos permite observar y conocer, por medio de los datos, cómo ha evolucionado la población en virtud del PIB de la República de Panamá a través de los últimos 30 años.

El análisis inferencial nos mostrará claramente el procedimiento científico del comportamiento y tendencia del PIB en virtud de la población de la República de Panamá a través de los 30 años de estudio.

3.5 Variable estudiada

Las variables estudiadas son la población de la República de Panamá durante los 30 años de estudio y el PIB producido por esta población durante el mismo tiempo (Período censal entre 1980 hasta 2010).

3.5.1 Análisis descriptivo

La construcción de tablas y gráficas, nos permite presentar la información recolectada en forma clara para su interpretación correspondiente. Este primer análisis nos proporcionará su posible ecuación y parámetros iniciales.

Una vez realizado dicho análisis, para trabajar y observar el comportamiento de las variables, se llevaron al programa SPSS statistics 19 para un tratamiento estadístico descriptivo, en los casos de PIB vs Población, se llevó a cabo un Análisis de Correlación Bivarida, se trabajó en base al coeficiente de correlación de Pearson con sus niveles de significación, estas correlaciones miden cómo están relacionadas las variables o los órdenes de los rangos, que en nuestro estudio comprendían valores de 0,5 a 8,5; tomando como patrón de referencia la cantidad provincias que tenía la república en el período de investigación, disminuido en un factor de $\frac{1}{2}$.

El coeficiente de correlación de Pearson es una medida de asociación lineal, es decir, dos variables pueden estar perfectamente relacionadas pero, si la relación no es lineal, el coeficiente de correlación de Pearson no será un estadístico adecuado para medir su asociación, ya que se desconocía la dirección de la asociación se seleccionó la probabilidad bilateral para la prueba de significación, de igual manera esta correlación nos da opciones estadísticas como: medias y desviaciones típicas.

Una vez encontrado el coeficiente de correlación, se realizó una estimación curvilínea con modelo lineal observando la tendencia de relación entre las variables, proporcionando estadísticos básicos como el coeficiente de Pearson, que nos permitía rechazar la hipótesis nula.

3.5.2 Precisión en la estimación del coeficiente de Zipf

Para conocer la precisión del coeficiente esperado con los datos obtenidos de los censos y estimaciones que ofrecen la Contraloría General de la República a través de censo y estadística, se utilizará el coeficiente obtenido por Gabaix, Zipf, cuyo coeficiente debe ser 1 o -1 para que la ley de potencia se cumpla en nuestra República.

Eeckhout (2004) muestra que esta relación se puede ver desde otra perspectiva. Supongamos que se tiene un grupo de ciudades, cada una de tamaño S_i ordenadas en forma descendente según su tamaño y cada una tiene asignado un rango r_i , de este modo, se tiene que el tamaño S_i de cada ciudad será igual a $1/r_i$ veces el tamaño de la ciudad más grande C , $S = \frac{1}{r_i}(C)$. Si esta relación se cumple, el gráfico que resultaría de la relación entre el tamaño poblacional y el rango, en logaritmos, sería una línea recta con pendiente negativa e igual a -1.

La Ley de Zipf es también una representación de la distribución de Pareto. La ley de la potencia o distribución de Pareto toma la forma $r_i(S_i) = bS_i^{-\alpha}$ la cual relaciona el tamaño poblacional S_i y el rango r_i el cumplimiento de la Ley de Zipf establece que al estimar la versión linealizada en escala logarítmica de esta relación, se obtendrá un coeficiente para la pendiente $\alpha = -1$

$$\ln(r_i) = \ln(b) - \alpha \ln(S_i) + \varepsilon_i$$

relación que ha sido ampliamente utilizada en estudios empíricos de economía urbana. Sin embargo, recientemente Gabaix e Ibragimov (2011) demostraron que la estimación de esta relación llevaba a obtener estimadores sesgados de α en muestras pequeñas como

es el caso de las ciudades de la República de Panamá. Con el fin de solucionar este inconveniente, los autores recomiendan utilizar $r_i - \frac{1}{2}$ en vez de r_i

$$\ln(r_i - 1/2) = \ln(b) - \alpha \ln(S_i) + \varepsilon_i$$

debido a que este cambio conlleva a que los errores estándar del estimador de α no son los que usualmente se calculan por medio de mínimos cuadrados ordinarios, los autores recomiendan que sean transformados por $\left(\frac{2}{n}\right)^{1/2} * |\hat{\alpha}|$ en donde n corresponde al número de ciudades utilizadas en la estimación. Hemos visto hasta el momento que la ley de Zipf implica un análisis estático de la distribución del tamaño poblacional lo cual llevó a que otros autores se enfocaran en la dinámica de las ciudades en el tiempo. En particular, Gibrat (1931) en un estudio de las firmas observó que su crecimiento era independiente del tamaño y que esto implicaba que la distribución del tamaño de las firmas se aproximará a una distribución log-normal. De estos resultados surge lo que se conoce como la ley de Gibrat o ley de crecimiento proporcional, que para el caso de las ciudades establece que, independientemente de su tamaño, estas crecen aleatoriamente con el mismo valor esperado y la misma varianza.

Estos hallazgos hicieron que algunos autores (Champernowne, 1953; Simon, 1955) empezaran a relacionar los resultados de la ley de Zipf con los de la ley de Gibrat. Lo que se encuentra es que existe una clara relación entre la tasa de crecimiento de las ciudades y la distribución de Pareto, la cual surge en forma natural si las series de tiempo de los crecimientos poblacionales cumplen la ley de Gibrat.

Al respecto, Gabaix (1999) argumenta que el cumplimiento de la ley de Zipf debería ser prerrequisito para el planteamiento de un modelo de crecimiento local. El autor plantea dos caminos a través de los cuales se cumpliría la ley de Zipf. El primero es que si bien las ciudades medias y grandes son diferentes en muchos aspectos en comparación a las más pequeñas, aún existen externalidades que las afectan a todas de la misma forma. Es decir que las ciudades no son tan diferentes en realidad. El segundo es que las externalidades que afectan a las ciudades son importantes en su crecimiento y por lo tanto logran diferenciarlas en su dinámica poblacional. Sin embargo, la ventaja en términos de productividad de las grandes ciudades se desvanece cuando se tienen en cuenta las externalidades negativas asociadas (tráfico, polución, criminalidad) que las pone al nivel de las ciudades pequeñas.

3.6 Metodología de estimación curvilínea

En SPSS, el procedimiento de estimación curvilínea genera estadísticos de estimación curvilínea por regresión y gráficos relacionados para 11 modelos diferentes de estimación curvilínea por regresión. Se produce un modelo diferente para cada variable dependiente. También, se pueden guardar valores pronosticados, residuos e intervalos pronosticados como nuevas variables.

3.6.1 Análisis cronológico del comportamiento entre la población y PIB

Para determinar el comportamiento entre la población y PIB, se utilizará dispersiones en primera instancia y luego se analizarán las relaciones con dispersiones y como los datos económicos son aleatorios, conocer que no existe tendencia alguna a través del tiempo.

3.7 Análisis inferencial

Como ya sabemos, la ley de Zipf establece que el tamaño poblacional de las ciudades es proporcional al rango de la población cuando las ciudades se ordenan en forma descendente según su tamaño.

En este trabajo usaremos ese mismo postulado para modelar una relación entre la población y el producto interno bruto de Panamá, esto implica que su relación debe ajustarse a la ley de la potencia con un exponente igual a 1 o -1. (Gabaix, Zipf)

3.7.1 Análisis de la consistencia de los datos censales obtenidos

Dentro de esta investigación, utilizamos la siguiente metodología para la validación de asociación de las variables:

- ❖ Prueba de significancia de la hipótesis nula a través del cálculo del coeficiente de correlación de Pearson.

La consistencia entre la relación de estas variables se puede ver afectada por muchos factores, entre los cuales se encuentra la migración exagerada hacia la urbe, la captación seguida de datos que proporcionen una información adecuada del fenómeno.

Estas metodologías serán utilizadas en las gráficas donde se relacionan ambas variables.

3.7.2 Prueba de asociación de dos variables cuantitativas

Esta prueba se aplica en diseños de investigación en los que un único grupo de individuos se les han medido simultáneamente dos variables cuantitativas continuas que tienen distribución semejante a la de la curva normal.

En esta prueba, se calcula una medida de resumen llamada coeficiente de correlación de Pearson simbolizado como r_p que permite identificar la forma en que se asocian las dos variables cuantitativas continuas.

Una vez calculado el coeficiente de correlación de Pearson, puede tener valores que varían entre -1 hasta 1, pasando por cero.

Cuando el valor resultante es cercano a 1 positivo, se dice que ambas variables se asocian directamente de manera muy estrecha. Cuando el valor resultante es cercano a -1, se dice que ambas variables se asocian inversamente de manera muy estrecha, por el contrario, si el coeficiente de correlación de Pearson calculado tiene un valor cercano a cero, se dice que ambas variables no presentan asociación.

En la prueba se plantean las siguientes hipótesis estadísticas:

Hipótesis estadística nula $H_o: r_p = 0$ (Cero)

Hipótesis estadística alterna: $H_a: r_p \neq 0$ (Cero)

En vista que la hipótesis nula (H_o) significa que las dos variables no se asocian, el propósito de la prueba es evaluar la posibilidad de rechazar dicha hipótesis. El rechazo de la hipótesis ocurre cuando el valor del coeficiente de correlación de Pearson calculado con los datos supera un valor crítico del coeficiente de correlación de Pearson.

Capítulo 4. Análisis y discusión de los resultados

4.1 Análisis descriptivo de la población y del producto interno bruto de la República de Panamá

Para esta sección, presentamos tablas y gráficas que muestran el comportamiento de ambas variables, durante los tres períodos censales estudiados.

Se presentan las gráficas que establecen la relación rango-tamaño, tanto para el PIB como para la población y se establece un resumen del modelo y estimaciones de parámetros.

4.1.1 Población

PROVINCIA	NÚMERO DE HABITANTES
Bocas del Toro	125 461
Coclé	241 474
Colón	241 929
Chiriquí	424 058
Darién	48 378
Herrera	109 955
Los Santos	89 592
Panamá	1 713 070
Veraguas	22 6991
Total	3 220 908

Tabla 2. Datos poblacionales por provincia según censo del año 2010.

La población de la República de Panamá tiene un comportamiento lineal. La población de cada provincia crece a razón constante.

A continuación, se presenta un cuadro de composición porcentual de la población de acuerdo al último período censal.

PROVINCIA	PORCENTAJE DE HABITANTES
Panamá	53,2%
Chiriquí	13,2%
Colón	7,5%
Coclé	7,5%
Veraguas	7,0%
Bocas del Toro	3,9%
Herrera	3,4%
Los Santos	2,8%
Darién	1,5%
Total	100,0%

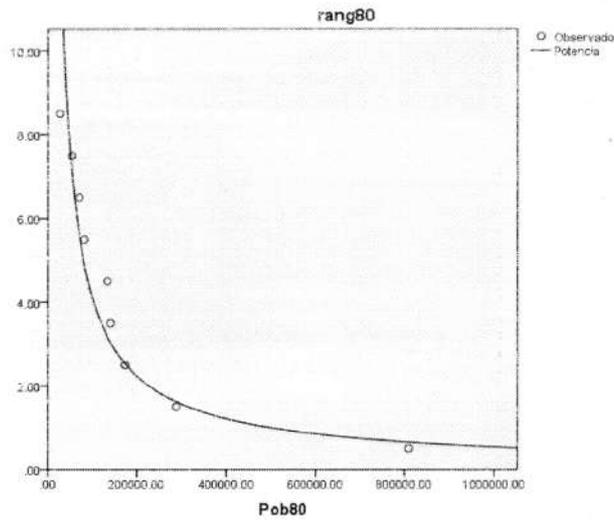
Tabla 3. Composición porcentual poblacional según censo del año 2010.

4.1.2 Comportamiento de la distribución rango – tamaño poblacional

Al contar con la información censal desde el año 1980 hasta el 2010, realizamos las estimaciones cuantitativas de los exponentes, empleando la ecuación que rige el comportamiento potencial de las gráficas Rango-Tamaño Poblacional: $R = R_0 P^\alpha$

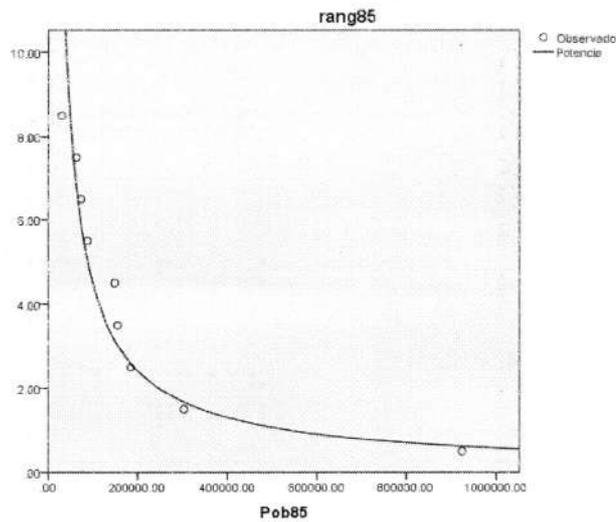
Observamos las siguientes distribuciones para los distintos años y cabe destacar que debido a la similitud de comportamiento en dicha distribución se seleccionaron las gráficas para cada cinco años dentro del período de estudio, para ver las tablas de datos y

la totalidad de las gráficas correspondientes a comportamientos Rango-Tamaño-Población referirse a los anexos 1 y 4, respectivamente.



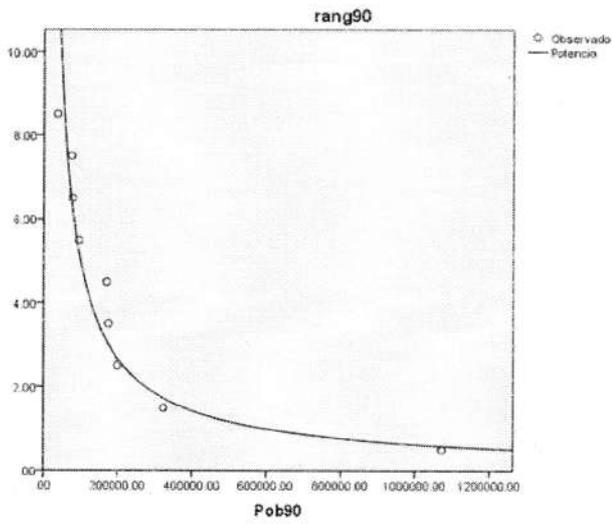
$$R = 106530P^{-0.883}$$

Gráfica 4 Rango Tamaño Poblacional 1980



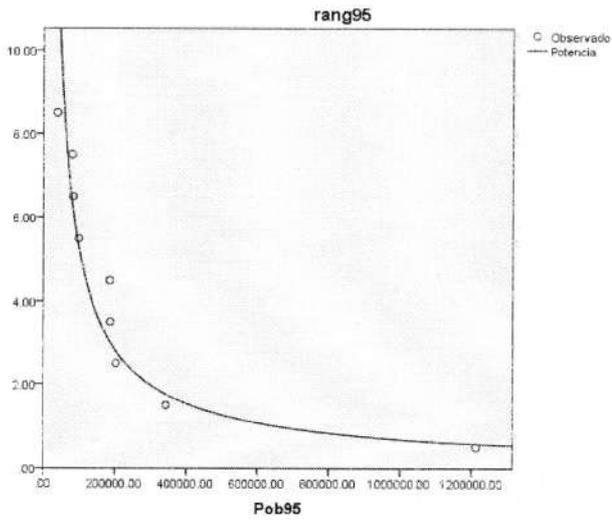
$$R = 127448P^{-0.891}$$

Gráfica 5. Rango Tamaño Poblacional 1985



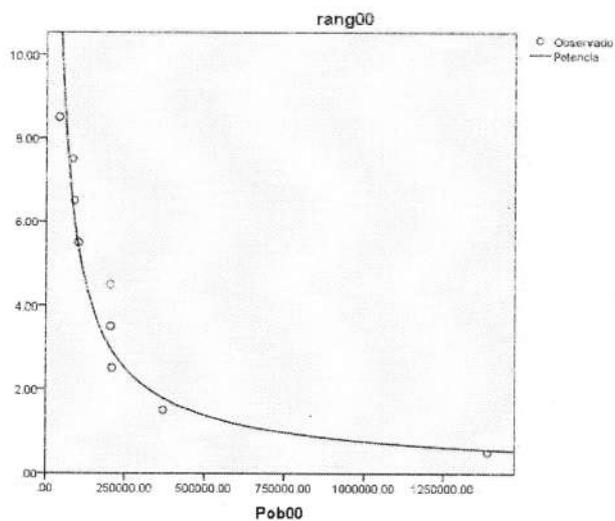
$$R = 150563P^{-0.897}$$

Gráfica 6. Rango Tamaño Poblacional 1990



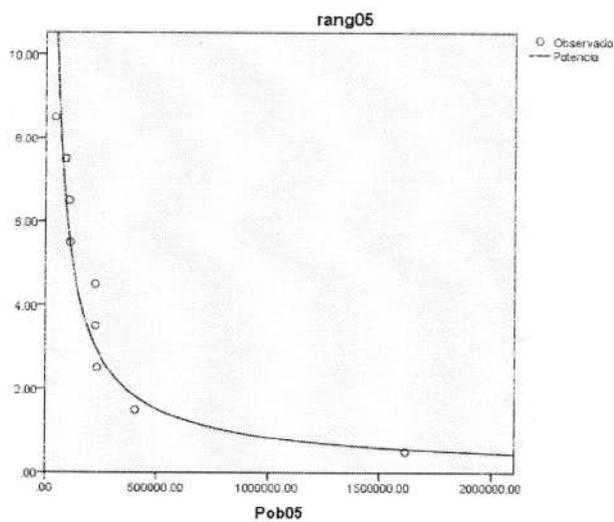
$$R = 106530P^{-0.883}$$

Gráfica 7. Rango Tamaño Poblacional 1995



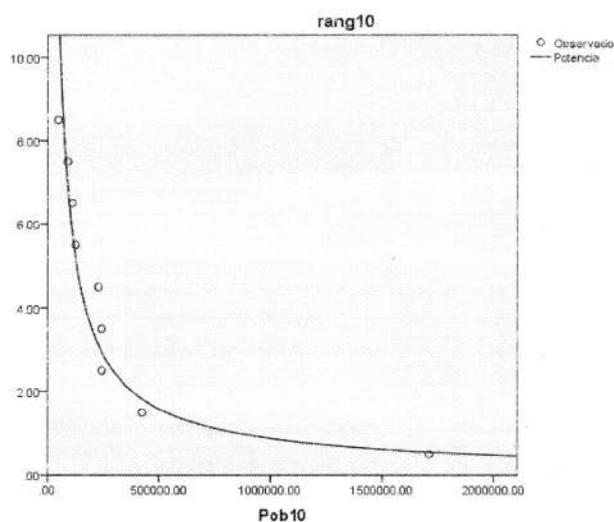
$$R = 112838P^{-0.862}$$

Gráfica 8. Rango Tamaño Poblacional 2000



$$R = 107560P^{-0.851}$$

Gráfica 9. Rango Tamaño Poblacional 2005



$$R = 124179P^{-0.859}$$

Gráfica 10. Rango Tamaño Poblacional 2010

A continuación presentamos una tabla que compendia los resultados de los exponentes de las gráficas de Rango tamaño poblacional, a modo de comparación:

Años	(α)
1980	-0.883
1981	-0.885
1982	-0.886
1983	-0.888
1984	-0.889
1985	-0.891
1986	-0.892
1987	-0.893
1988	-0.893
1989	-0.894
1990	-0.897
1991	-0.894
1992	-0.891
1993	-0.888
1994	-0.884
1995	-0.883

Años	(α)
1996	-0.879
1997	-0.876
1998	-0.873
1999	-0.870
2000	-0.862
2001	-0.863
2002	-0.859
2003	-0.857
2004	-0.854
2005	-0.851
2006	-0.849
2007	-0.846
2008	-0.844
2009	-0.842
2010	-0.859

Tabla 4. Exponentes (α) de la relación rango- tamaño poblacional de 1980 a 2010

4.1.3 Producto Interno Bruto

La tabla que verán a continuación es un cuadro de composición porcentual del producto interno bruto de la República de Panamá por provincia desde 1980 hasta 2010; podemos resaltar que el porcentaje del producto interno bruto permanece prácticamente invariante, con fluctuaciones mínimas en el caso de algunas provincias.

AÑO	BOCAS DEL TORO	COCLÉ	COLÓN	CHIRIQUÍ	DARIÉN	HERRERA	LOS SANTOS	PANAMÁ	VERAGUAS	TOTAL
1980	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1981	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1982	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1983	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1984	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1985	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1986	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1987	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1988	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1989	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1990	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1991	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1992	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1993	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1994	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1995	1,4	2,6	15,2	7,7	0,3	1,9	1,6	66,7	2,6	100,0
1996	1,7	2,5	14,8	8,1	0,5	1,8	1,5	66,5	2,6	100,0
1997	1,6	2,5	16,0	7,9	0,5	1,8	1,6	65,6	2,5	100,0
1998	1,5	2,6	15,7	7,3	0,5	1,9	1,6	65,4	2,5	100,0
1999	1,6	2,3	14,2	7,7	0,4	1,8	1,5	68,1	2,4	100,0
2000	1,4	2,2	15,3	7,5	0,4	1,9	1,6	67,2	2,5	100,0
2001	1,3	2,5	16,0	8,4	0,5	2,0	1,6	65,1	2,6	100,0
2002	1,3	2,6	14,7	8,5	0,5	2,0	1,5	66,3	2,6	100,0
2003	1,4	2,8	14,1	7,8	0,5	2,0	1,6	67,2	2,6	100,0
2004	1,3	2,7	14,7	7,5	0,5	2,0	1,6	67,1	2,6	100,0
2005	1,2	2,7	15,3	7,4	0,3	2,0	1,7	66,8	2,6	100,0
2006	1,2	2,7	16,0	6,9	0,4	2,0	1,7	66,5	2,6	100,0
2007	1,2	2,7	15,7	6,9	0,3	1,9	1,6	67,1	2,6	100,0
2008	1,7	2,8	13,0	6,8	0,4	1,7	1,5	69,5	2,6	100,0
2009	1,7	2,8	13,0	6,8	0,4	1,7	1,5	69,5	2,6	100,0
2010	1,7	2,8	13,0	6,8	0,4	1,7	1,5	69,5	2,6	100,0
Total	1,4	2,6	15,0	7,6	0,4	1,9	1,6	67,0	2,6	100,0

Tabla 5. Composición porcentual del PIB de la República por provincia 1980 -2010.

En la siguiente tabla mostramos la composición porcentual promedio del PIB de la República de Panamá por provincia en orden decreciente, respecto al aporte que realiza cada una al ingreso nacional.

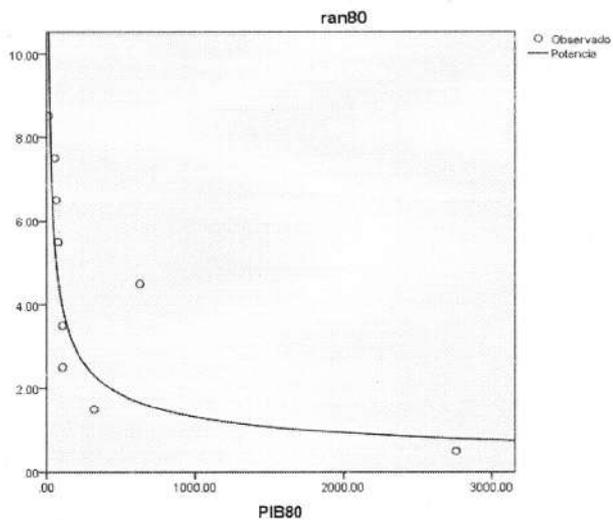
RANGO	PROVINCIA	PORCENTAJE PROMEDIO
1	Panamá	66,95
2	Colón	14,99
3	Chiriquí	7,60
4	Coclé	2,61
5	Veraguas	2,58
6	Herrera	1,89
7	Los Santos	1,59
8	Bocas del Toro	1,43
9	Darién	0,36
	Total	100,00

Tabla 6. Composición porcentual promedio del PIB de la República de Panamá por provincia.

4.1.4 Comportamiento de la distribución rango – tamaño PIB

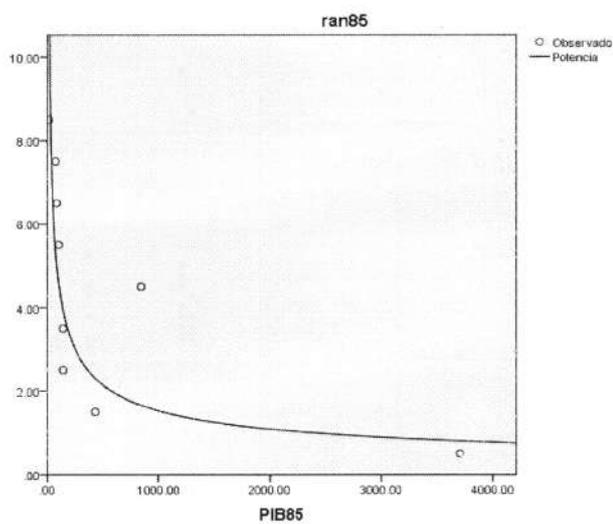
El producto Interno Bruto de la República se ha mantenido constante desde la década del año 1980 hasta la primera década del año 2000.

Se presentan los gráficos de PIB desde 1980 hasta 2010, por cada cinco años de estudio, las tablas de datos y gráficos de todo el intervalo de estudio se encuentran en los Anexos 2 y 5, respectivamente.



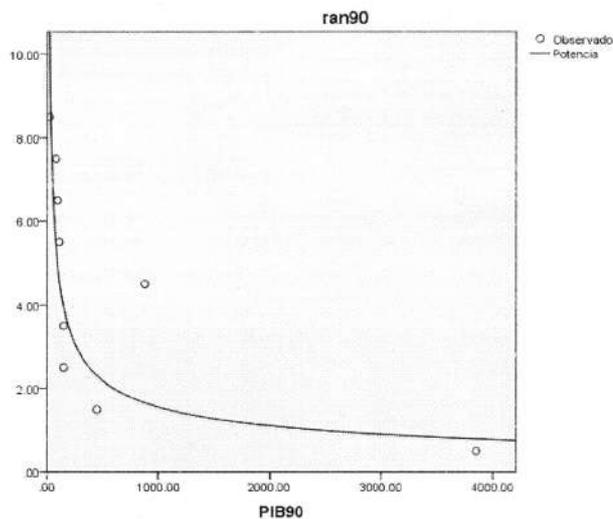
$$R = 39.191PIB^{-0.491}$$

Gráfica 11. Rango Tamaño PIB 1980



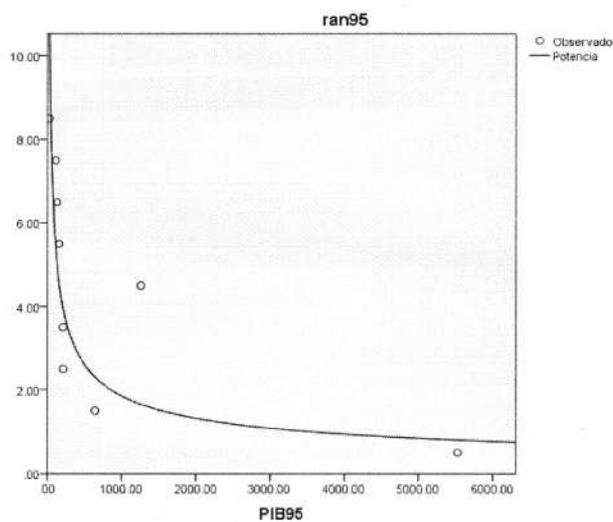
$$R = 45.112PIB^{-0.490}$$

Gráfica 12. Rango Tamaño PIB 1985



$$R = 47.967PIB^{-0.490}$$

Gráfica 13. Rango Tamaño PIB 1990

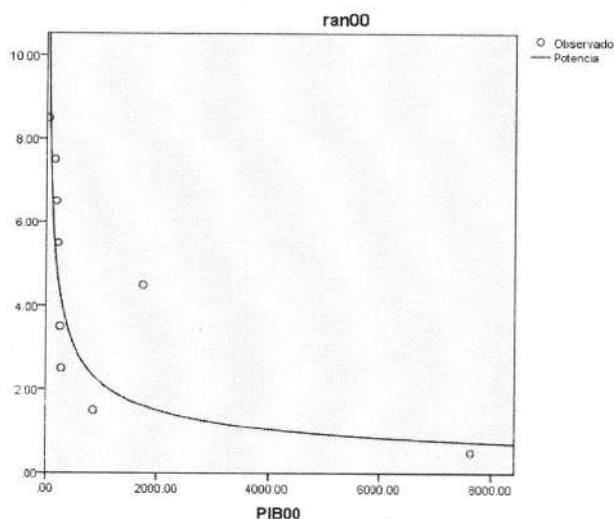


$$R = 54.867PIB^{-0.490}$$

Gráfica 14. Rango Tamaño PIB 1995

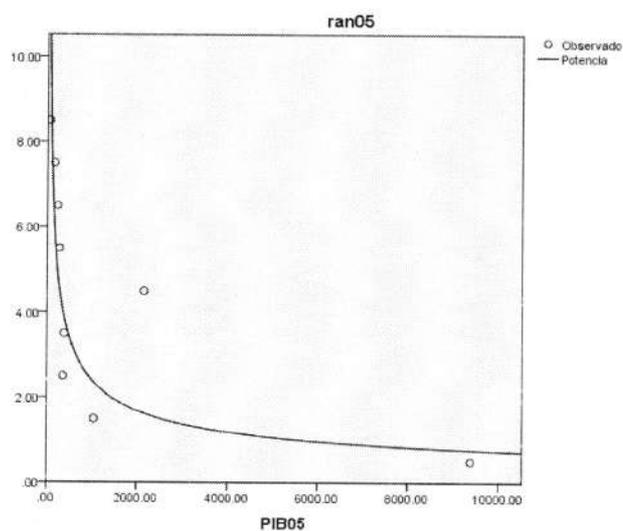
En las gráficas mostradas, se observa que nuestros exponentes son inferiores a 1 y esto podrían deberse a que el común denominador de las provincias de la República de Panamá contaban con una población inferior a 100 000 habitantes. Al inicio del período

de investigación, el rango fue disminuido en un factor equivalente a $\frac{1}{2}$ con la finalidad de obtener un mejor ajuste de acuerdo a lo establecido por Gabaix e Ibragimov. Sin embargo, existen factores que afectan directamente el resultado de esta investigación antes mencionados como son la migración hacia las ciudades de mayor empuje o mejor oferta de vida, como el caso de la provincia capital.



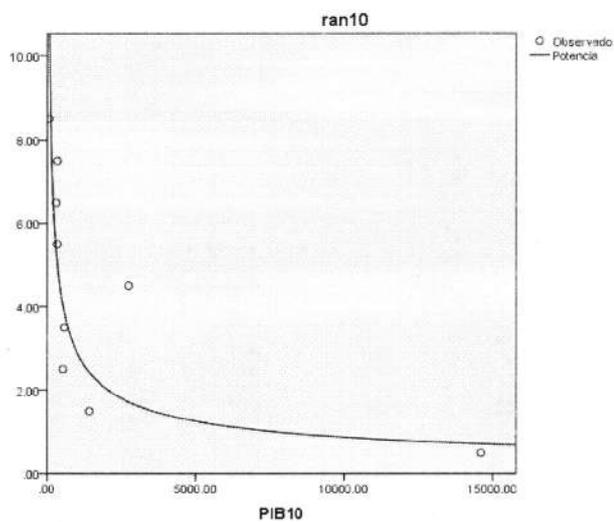
$$R = 74.045PIB^{-0.513}$$

Gráfica 15. Rango Tamaño PIB 2000



$$R = 78.202PIB^{-0.505}$$

Gráfica 16. Rango Tamaño PIB 2005



$$R = 108.03PIB^{-0.523}$$

Gráfica 17. Rango Tamaño PIB 2010

A continuación presentamos una tabla que compendia los resultados de los exponentes de las gráficas de Rango tamaño PIB, a modo de comparación:

Años	(α)
1980	-0.491
1981	-0.491
1982	-0.491
1983	-0.490
1984	-0.490
1985	-0.490
1986	-0.490
1987	-0.490
1988	-0.490
1989	-0.490
1990	-0.490
1991	-0.490
1992	-0.490
1993	-0.490
1994	-0.490
1995	-0.490

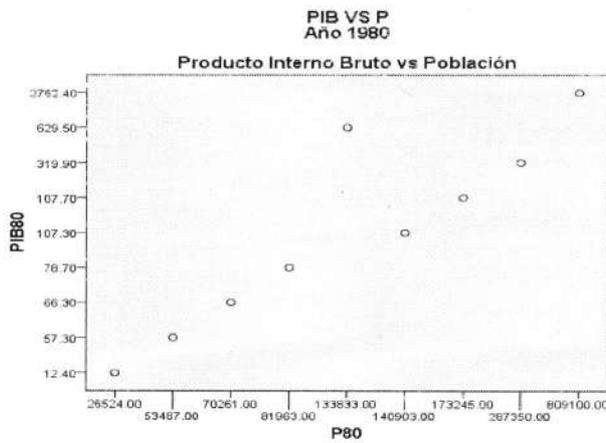
Años	(α)
1996	-0.537
1997	-0.521
1998	-0.520
1999	-0.513
2000	-0.513
2001	-0.524
2002	-0.535
2003	-0.433
2004	-0.533
2005	-0.505
2006	-0.505
2007	-0.522
2008	-0.523
2009	-0.523
2010	-0.523

Tabla 7. Exponentes (α) de la relación rango- tamaño PIB de 1980 a 2010

Una vez realizada la estimación de los parámetros, procedimos a unir nuestros datos poblacionales y económicos para encontrar la relación existente entre ambas, ya que contamos con una población que tiene un crecimiento positivo a lo largo de un período de treinta años y una economía con la misma tendencia. En base a lo anterior, podemos afirmar que nuestra república posee un crecimiento poblacional y económico paralelo.

A continuación, se presentan las gráficas correspondientes al período 1980-2010 en intervalos de cinco años de estudio.

En vista que nuestro estudio cuenta con 31 gráficos, cuyo comportamiento es similar, el resto de las gráficas que sustentan nuestra investigación, y las tablas de datos se encuentran en la sección de anexos (ver Anexos 3 y 6).



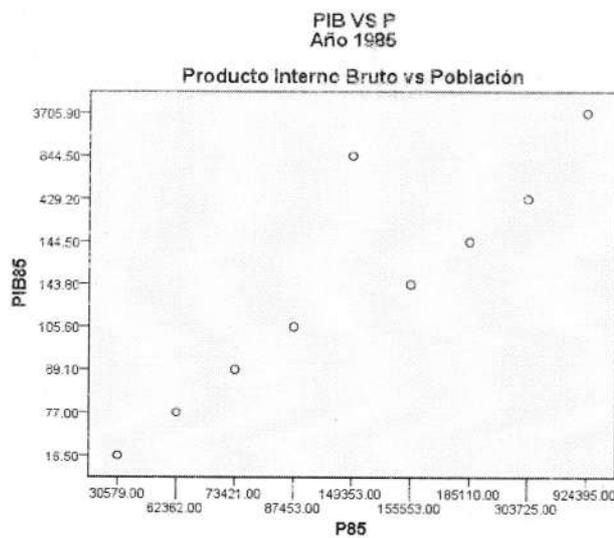
$$PIB = 0.0035P - 230.23$$

Grafica 18. PIB vs Población 1980

Correlaciones

		P80	PIB80
P80	Correlación de Pearson	1	.984**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.911E15	6.912E12
	Covarianza	9.093E10	3.290E8
	N	21012	21012
PIB80	Correlación de Pearson	.984**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	6.912E12	2.581E10
	Covarianza	3.290E8	1228389.668
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).



$$PIB = 0.0040P - 288.28$$

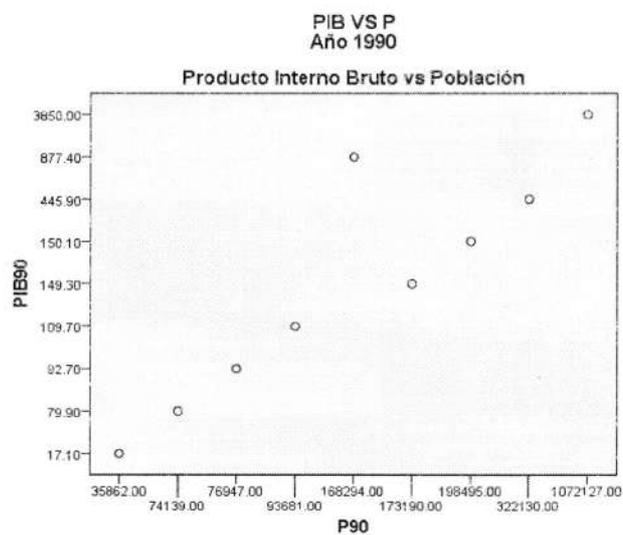
Gráfica 19. PIB vs Población 1985

Desde el año 1980, se observa un crecimiento mínimo en cuanto al auge monetario, el cual crece de manera constante y las variables guardan similitud de comportamiento.

Correlaciones

	P85	PIB85
P85 Correlación de Pearson	1	.987**
Sig. (bilateral)		.000
Suma de cuadrados y productos cruzados	2.546E15	1.073E13
Covarianza	1.212E11	5.106E8
N	21012	21012
PIB85 Correlación de Pearson	.987**	1
Sig. (bilateral)	.000	
Suma de cuadrados y productos cruzados	1.073E13	4.645E10
Covarianza	5.106E8	2210792.996
N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).



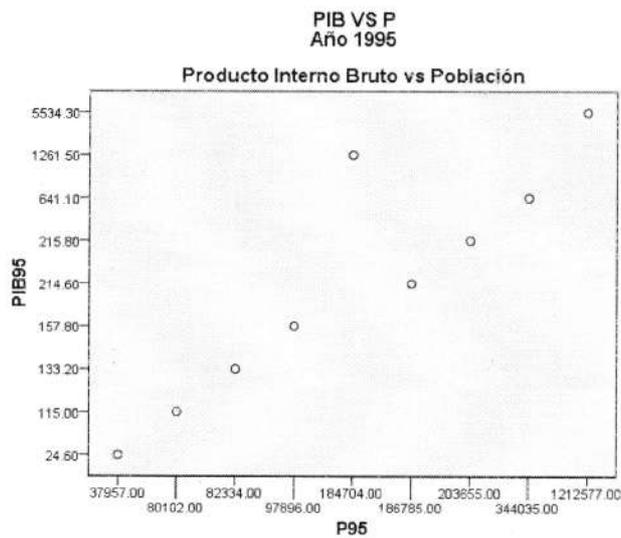
$$PIB = 0.0037P - 274.24$$

Gráfica 20. PIB vs Población 1990

Correlaciones

		P90	PIB90
P90	Correlación de Pearson	1	.989
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.505E15	1.310E13
	Covarianza	1.668E11	6.237E8
	N	21012	21012
PIB90	Correlación de Pearson	.989	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.310E13	5.013E10
	Covarianza	6.237E8	2386043.926
	N	21012	21012

En la ecuación de la gráfica 20, observamos que el valor de la pendiente se encuentra por debajo del valor obtenido en el quinquenio anterior y esto podría deberse a lo debilitada que quedó nuestra economía, luego de la Invasión a Panamá en 1989.



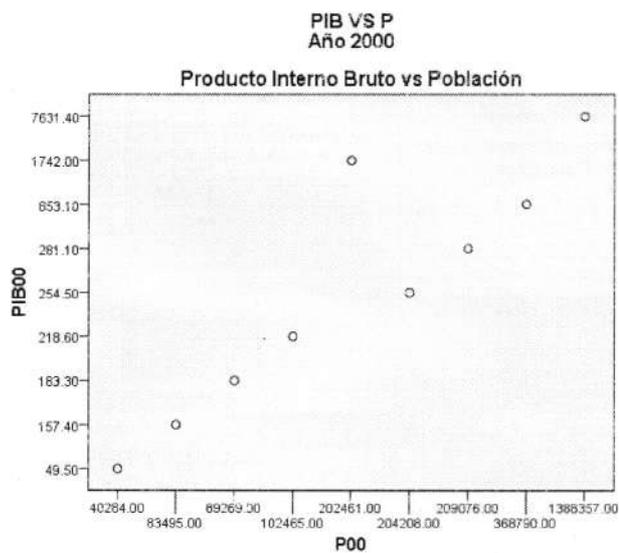
$$PIB = 0.0047P - 354.18$$

Gráfica 21. PIB vs Población 1995

Correlaciones

		P95	PIB95
P95	Correlación de Pearson	1	.990**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.570E15	2.153E13
	Covarianza	2.175E11	1.025E9
	N	21012	21012
PIB95	Correlación de Pearson	.990**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.153E13	1.036E11
	Covarianza	1.025E9	4930124.021
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0.01 (bilateral).



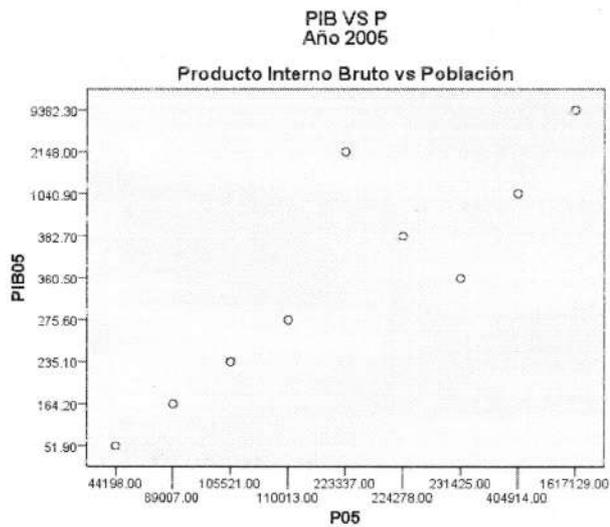
$$PIB = 0.0057P - 433.08$$

Gráfica 22. PIB vs Población 2000

Correlaciones

		P00	PIB00
P00	Correlación de Pearson	1	.990**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	6.125E15	3.446E13
	Covarianza	2.915E11	1.640E9
	N	21012	21012
PIB00	Correlación de Pearson	.990**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.446E13	1.977E11
	Covarianza	1.640E9	9407895.194
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).



$$PIB = 0.0060P - 466.46$$

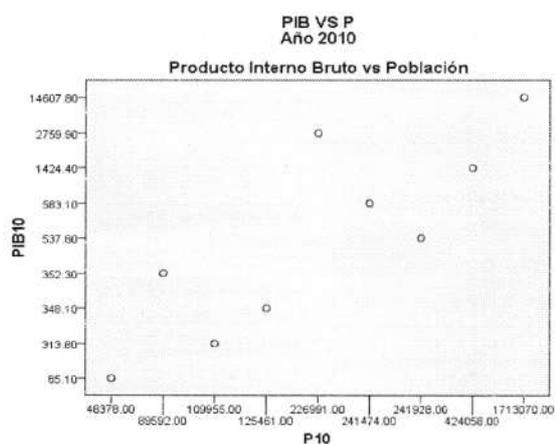
Gráfica 23. PIB vs Población 2005

Desde el año 2003, se incrementó la economía mundial, en el que Panamá logró consolidar su economía y esto se refleja en la ecuación matemática que liga ambas variables.

Correlaciones

	P05	PIB05
P05 Correlación de Pearson	1	.991**
Sig. (bilateral)		.000
Suma de cuadrados y productos cruzados	8.472E15	4.980E13
Covarianza	4.032E11	2.370E9
N	21012	21012
PIB05 Correlación de Pearson	.991**	1
Sig. (bilateral)	.000	
Suma de cuadrados y productos cruzados	4.980E13	2.982E11
Covarianza	2.370E9	14191744.296
N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).



$$PIB = 0.0088P - 820.99$$

Gráfica 24. PIB vs Población 2010

Correlaciones

		P	PIB
P	Correlación de Pearson	1	.993**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	9.571E15	8.432E13
	Covarianza	4.555E11	4.013E9
	N	21012	21012
PIB	Correlación de Pearson	.993**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.432E13	7.533E11
	Covarianza	4.013E9	35851018.291
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

En la gráfica 24, se observa que los datos no se ajustan al comportamiento similar de los primeros años de estudio. Esto podría deberse a que durante el intervalo del 2008-2010, el incremento económico es significativo solo en algunas regiones de la república.

Es importante resaltar también, que desde el 2003 hasta el 2008 se incrementó la economía mundial, en el que Panamá logró consolidar su economía, a pesar de la crisis económica internacional del 2009.

El análisis presentado nos permite contar con una hipótesis alternativa y superar las barreras de una hipótesis nula para demostrar en base a estadística que las variables están estrechamente ligadas ya que durante la prueba de asociación de dos variables cuantitativas a través del cálculo del coeficiente de correlación de Pearson obtenemos un valor de 1, es necesario resaltar que Ley de Zipf mediante el ajuste de Gabaix se cumple en nuestra república con variable de desarrollo económico en virtud de la demografía, no así la ley de Zipf por si sola ya que hemos establecido de acuerdo a diversas referencias bibliográficas, que para poblaciones menores de cien mil habitantes esta ley no es válida, sin embargo sería aplicable para poblaciones que cumplan con mayor número de habitantes que éste.

Se exploró la hipótesis de que el desarrollo económico crece en virtud de la población a través de los resultados previamente observados, destacando que durante los primeros años de investigación los parámetros de nuestras ecuaciones guardan un grado de consistencia, en contraposición a la última década de estudio donde el incremento de los mismos es sumamente notorio, sin embargo, se demuestra de acuerdo a las líneas de

tendencia creciente observada en las gráficas, que el desarrollo de económico de las provincias de nuestra república en virtud de la demografía guarda la persistencia al incremento a lo largo del plazo en estudio.

A continuación presentamos una tabla que compendia los resultados de los exponentes de las gráficas del PIB en virtud de la población, a modo de comparación:

Años	(α)
1980	1.4408
1981	1.4452
1982	1.4484
1983	1.4518
1984	1.455
1985	1.4578
1986	1.46
1987	1.4618
1988	1.4633
1989	1.4655
1990	1.471
1991	1.4693
1992	1.466
1993	1.4623
1994	1.459
1995	1.4559

Años	(α)
1996	1.3356
1997	1.3538
1998	1.3486
1999	1.3674
2000	1.3582
2001	1.344
2002	1.3399
2003	1.1569
2004	1.3266
2005	1.3819
2006	1.3531
2007	1.3603
2008	1.3344
2009	1.3286
2010	1.3522

Tabla 8. Exponentes (α) de la relación PIB vs Población de 1980 a 2010

Conclusiones

La presente investigación nos permite establecer la composición porcentual del producto interno bruto de la República de Panamá por provincias durante los últimos tres períodos censales, de la siguiente manera: la provincia de Panamá aporta el 66,95%, Colón el 14,99%, Chiriquí 7,60%, Coclé 2,61%, Veraguas 2,58%, Herrera 1,89%, Los Santos 1,59%, Bocas del Toro 1,43% y Darién 0,36 % del Producto Interno Bruto de la República.

Teóricamente, la Ley de Zipf establece que el tamaño poblacional sigue una distribución de Pareto con coeficiente igual a 1 o -1. En la práctica, esto significa que la población de mayor tamaño debería ser dos veces más grande que la segunda, tres veces más que la tercera, y así sucesivamente. No obstante, en nuestra república, no se cumple esta distribución debido a factores migratorios desde el interior hacia la capital de la república.

Para el caso de nuestra república, α correspondía a un valor menor que 1, por consiguiente, concluimos que la República de Panamá cumple con una distribución poblacional más uniforme (taza de crecimiento poblacional constante) de lo que predice la Ley de Zipf. De igual manera, el PIB durante los 30 años de estudio guarda un grado de uniformidad, ya que α en el caso de la población equivale a -0,9 y -0,5 en el caso del PIB.

Este trabajo demuestra que, durante el período comprendido entre 1980 a 1995, la composición porcentual del producto interno bruto crece a una tasa constante. Luego entre los años de 1996 al 2007 el PIB aumenta y disminuye porcentualmente en una mínima proporción, mientras que entre el 2008 al 2010 el incremento es significativo en algunas regiones de la república, principalmente en la ciudades de Panamá, Colón y Chiriquí; debido a que Panamá aprovechó la situación favorable de la economía mundial de 2003 – 2008 para afianzar su crecimiento a un promedio de 8,5% anual, a pesar de la crisis internacional de 2009. El crecimiento superó el 10% anual en tres años que coincide con nuestros tres últimos años de estudio, donde la disminución de la pobreza, consensos sobre el Canal de Panamá, el auge turístico, la Zona Libre de Colón, la actividad bancaria, el manejo de áreas revertidas y el sector servicio, que son los indicadores de mayor relevancia para el ingreso nacional y demuestran el incremento en las provincias de mayor aporte económico al ingreso de la república.

Cabe resaltar que la Estadística en la actualidad es una ciencia sumamente útil e influyente con amplias posibilidades de aplicación en las distintas áreas del conocimiento humano. Es un hecho que a lo largo del tiempo cada vez más disciplinas encuentran en los métodos estadísticos una opción para el adecuado planteamiento y solución de problemas específicos, como en nuestro caso cuando emprendimos esta investigación de física y sociedad, implicaba el manejo de datos económicos y poblacionales que requerían de tratamiento estadístico para establecer la relación entre ambas, es importante señalar que a pesar de no contar con estudios en el ámbito

económico, no representó un impedimento para el desarrollo de esta investigación , ya que nuestro campo de estudio, nos proporcionó las herramientas matemáticas que permitieron un nuevo aprendizaje en esta área del conocimiento humano y llevar a cabo con éxito esta tesis. Sin duda, el reconocimiento de esta disciplina es un asunto incuestionable.

Recomendaciones

Una vez concluida la tesis, se considera la posibilidad de realizar futuras investigaciones sobre aspectos relacionados al desarrollo económico de los pueblos a través del indicador PIB en virtud de la demografía (población), mediante la ley de Zipf u otras leyes de potencia; se propone lo siguiente:

- ❖ Extender los estudios expuestos en esta tesis al estudio de una muestra más amplia que impliquen datos económicos y poblacionales de América Central, tomando como patrón de referencia ciudades con un gran auge económico y cuya población supere los 100 000 habitantes, expresado de otra manera, se estudiarían las principales ciudades de América Central.
- ❖ Al utilizar una muestra más amplia se recomienda mejorar el modelo utilizado en esta tesis para determinar la relación entre el indicador PIB a nivel centroamericano en virtud de la variable poblacional.
- ❖ Analizar con mayor detenimiento y buscar la razón de porqué la ley de Zipf parece no cumplirse en ciudades cuya población es inferior a 100 000 habitantes, además de establecer la posibilidad de encontrar un factor de ajuste estadístico.

Referencias bibliográficas

Contraloría General de la República de Panamá, Instituto Nacional de Estadística y Censo, <https://www.contraloria.gob.pa/inec/>

Estadística Mundial, <http://stat.kushnir.mk.ua/es/gdp/pa.html>

Fondo Monetario Internacional, <http://www.imf.org/external/spanish/>

Organización Mundial del Comercio, https://www.wto.org/spanish/res_s/res_s.htm

Estadística panameña situación demográfica estimaciones y proyecciones de la población total, urbana - rural en la república, por provincia, comarca indígena y sexo, 2000-10, boletín n° 11

M. E. J. Newman, Power laws, Pareto distributions and Zipf's law, Department of Physics and Center for the Study of Complex Systems, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109. U.S.A.

Castro Álvarez Ulises, Economía de México y Desarrollo Sustentable, Red Académica Iberoamericana Local – Global, Universidad de Guadalajara, México, 2008.

Roca J., Arellano B., La Distribución del Tamaño de las Ciudades, La Ley de Zipf revisitada, Universidad Politècnica de Catalunya, Barcelona España, Universidad Autónoma de Baja California, Mexicali México.

Clemente J., González R.I, Olloqui I., Las Leyes de Zipf y Gibrat para las Migraciones: La distribución mundial del Stock de Emigrantes, Departamento de Análisis Económico, Universidad de Zaragoza

Sastre Vázquez, P., Cañibano, A., Boubeé, C.; Rey, G., Suhurt, V., Scempio, V., Leyes de Estoup - Zipf – Mandelbrot y el lenguaje genético

Giesen K., Suedekum J., Zipf's Law for Cities in the Regions and the Country, January, 2009.

República de Panamá, Ministerio de Economía y Finanzas, Contraloría General de la República, Estimación del Producto Interno Bruto Provincial, según categoría de actividad económica, a precios de 1996, años 1996 – 2004, septiembre 2006

Estadística Panameña Situación Demográfica, estimaciones y proyecciones de la población en la república de Panamá, por provincia, comarca indígena y distrito, según sexo y edad: años 2000-2015 y 2020, boletín n° 9

República de Panamá, Contraloría General de la República, Instituto Nacional de Estadística y Censo, Avance de los Censos Nacionales - Ronda 2010 – Boletín Núm. 2

Urbizagástegui Alvarado R., Restrepo Arango C., La Ley de Zipf y el punto de transición de Goffman en la indización automática.

Muñoz Ruiz D., Manual de Estadística, Editado por eumed-net 2004 ISBN: 84-688-6153-7.

González Jiménez R., Estadística Inferencial II, Instituto Tecnológico de Ensenada, Agosto 2012.

Z. K. Silagadze, Citations and the Zipf–Mandelbrot Law, Budker Institute of Nuclear Physics, 630 090, Novosibirsk, Russia.

Cobos. S., Goddard. J., Gutiérrez. M. “La Ley de Zipf en el crecimiento demográfico en México”, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Av. Purísima y Michoacán, C.P. 09340, México D. F.

Rionda. J., “Crecimiento Económico y Desarrollo Regional en México (1970-2010)”, Fundación Universitaria Andaluza Inca Garcilaso, edmed.net, México.

Urzúa. C., (2001) “Las Ciudades Mexicanas no siguen la ley de Zipf”, Estudios Demográficos y Urbanos, Vol. 16, pp, 661-669.}

Perez. G., (2006, abril). “Población y Ley de Zipf en Colombia y la Costa Caribe (1912-1993)”. Cartagena de Indias.

De Jong. N., Vos. R., (2000, marzo). “Distribución del ingreso en Panamá”. Institute of Social Studies La Haya.

Benita. F., Martínez. J., (2011, mayo-agosto).” Regulaciones empíricas de la estructura industrial Mexicana: Evidencia de la Ley de Zipf”. Investigación y Ciencia de la Universidad Aguascalientes, 52, (21-26).

Anexos

Anexo 1. Tabla de rango tamaño poblacional por provincias 1980-2010

Rango	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	
0,5	809 100	832 159	855 218	878 277	901 336	924 395	947 454	970 513	993 572	1 016 631	
1,5	287 350	290 625	293 900	297 175	300 450	303 725	307 000	310 275	313 550	316 825	
2,5	173 245	175 618	177 991	180 364	182 737	185 110	187 483	189 856	192 229	194 602	
3,5	140 903	143 833	146 763	149 693	152 623	155 553	158 483	161 413	164 343	167 273	
4,5	133 833	136 937	140 041	143 145	146 249	149 353	152 457	155 561	158 665	161 769	
5,5	81 963	830 61	84 159	85 257	86 355	87 453	88 551	89 649	90 747	91 845	
6,5	70 261	708 93	71 525	72 157	72 789	73 421	74 053	74 685	75 317	75 949	
7,5	53 487	552 62	57 037	58 812	60 587	62 362	64 137	65 912	67 687	69 462	
8,5	26 524	273 35	28 146	28 957	29 768	30 579	31 390	32 201	33 012	33 823	
Rango	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
0,5	1 072 127	1 100 217	1 128 307	1 156 397	1 184 487	1 212 577	1 240 667	1 268 757	1 296 847	1 324 937	1 388 357
1,5	322 130	326 511	330 892	335 273	339 654	344 035	348 416	352 797	357 178	361 559	368 790
2,5	198 495	199 527	200 559	201 591	202 623	203 655	204 687	205 719	206 751	207 783	209 076
3,5	173 190	175 909	178 628	181 347	184 066	186 785	189 504	192 223	194 942	197 661	204 208
4,5	168 294	171 576	174 858	178 140	181 422	184 704	187 986	191 268	194 550	197 832	202 461
5,5	93 681	94 524	95 367	96 210	97 053	97 896	98 739	99 582	100 425	101 268	102 465
6,5	76 947	77 578	78 209	79 560	80 947	82 334	83 721	85 108	86 495	87 882	89 269
7,5	74 139	76 786	78 173	78 840	79 471	80 102	80 733	81 364	81 995	82 626	83 495
8,5	35 862	36 281	36 700	37 119	37 538	37 957	38 376	38 795	39 214	39 633	40 284
Rango	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	
0,5	1 471 996	1 508 235	1 544 597	1 580 940	1 617 129	1 653 220	1 689 304	1 725 293	1 761 112	1 713 070	
1,5	386 150	390 906	395 641	400 321	404 914	409 483	414 048	418 519	422 796	424 058	
2,5	219 032	220 211	223 777	227 592	231 425	235 299	239 206	243 115	246 991	241 928	
3,5	216 162	219 970	221 334	222 382	224 278	227 047	229 816	234 593	238 034	241 474	
4,5	213 108	215 937	218 736	221 514	223 337	224 186	224 939	225 619	226 248	226 991	
5,5	107 196	107 945	108 675	109 371	110 013	110 600	111 146	113 180	115 793	125 461	
6,5	95 976	98 303	100 667	103 072	105 521	108 026	110 585	111 647	112 111	109 955	
7,5	87 363	87 808	88 214	88 606	89 007	89 426	89 849	90 259	90 643	89 592	
8,5	42 691	43 081	43 457	43 828	44 198	44 575	44 953	45 325	45 680	48 378	

Anexo 2. Tabla de rango tamaño del PIB en millones de balboas 1980-2010

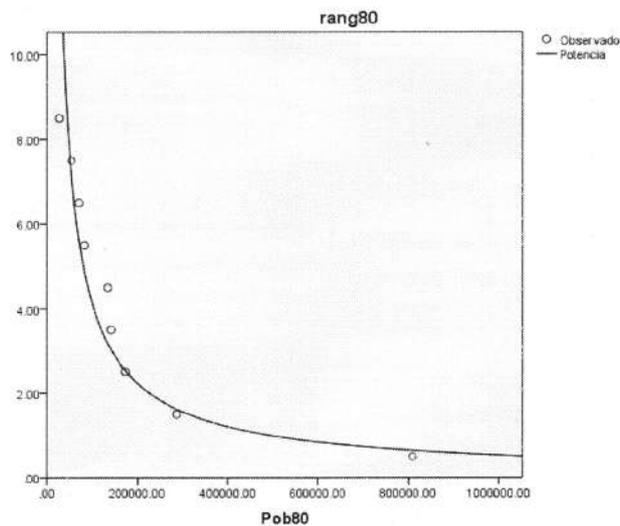
Rango	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
0,5	2762,4	2994,4	3147,1	3332,8	3519,4	3705,9	3891,2	4015,7	3586,0	3571,7	3850,3
1,5	629,5	682,4	717,2	759,5	802,0	844,5	886,7	915,1	817,2	813,9	877,4
2,5	319,9	346,8	364,5	386,0	407,6	429,2	450,7	465,1	415,3	413,6	445,9
3,5	107,7	116,7	122,7	129,9	137,2	144,5	151,7	156,6	139,8	139,2	150,1
4,5	107,3	116,3	122,2	129,4	136,6	143,8	151,0	155,8	139,1	138,5	149,3
5,5	78,7	85,3	89,7	95,0	100,3	105,6	110,9	114,4	102,2	101,8	109,7
6,5	66,3	71,9	75,6	80,1	84,6	89,1	93,6	96,6	86,3	86,0	92,7
7,5	57,3	62,1	65,3	69,2	73,1	77,0	80,9	83,5	74,6	74,1	79,9
8,5	12,4	13,4	14,1	14,9	15,7	16,5	17,3	17,9	16,0	15,9	17,1
Rango	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	
0,5	4200,0	4704,0	5099,1	5415,2	5534,3	6195,0	6522,9	7083,8	7538,0	7631,4	
1,5	957,2	1072,1	1162,2	1234,3	1261,5	1378,5	1583,1	1672,4	1572,2	1742,0	
2,5	486,5	544,9	590,7	627,3	641,1	753,9	779,2	778,1	851,4	853,1	
3,5	163,8	183,5	198,9	211,2	215,8	239,5	247,6	272,4	268,3	281,1	
4,5	162,9	182,4	197,7	210,0	214,6	233,7	247,6	265,4	249,4	254,5	
5,5	119,7	134,1	145,4	154,4	157,8	171,6	180,2	200,4	203,5	218,6	
6,5	101,1	113,2	122,7	130,3	133,2	157,1	160,2	170,2	172,0	183,3	
7,5	87,2	97,7	105,9	112,5	115,0	142,2	156,5	159,1	166,0	157,4	
8,5	18,7	20,9	22,7	24,1	24,6	50,6	47,1	51,2	49,5	49,5	
Rango	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	
0,5	7437,7	7740,0	8193,0	8786,3	9382,3	10128,8	11724,7	13079,0	13576,0	14607,8	
1,5	1829,0	1715,8	1718,7	1926,4	2148,0	2444,0	2330,2	2471,1	2565,0	2759,9	
2,5	955,4	996,4	948,2	992,7	1040,9	1053,9	1181,6	1275,3	1323,8	1424,4	
3,5	302,4	307,2	335,2	355,0	382,7	406,4	511,7	522,1	541,9	583,1	
4,5	286,9	304,3	319,1	341,0	360,5	395,9	481,1	481,5	499,8	537,8	
5,5	232,3	234,0	247,8	261,2	275,6	302,7	285,7	315,4	327,4	352,3	
6,5	185,0	181,0	190,6	211,9	235,1	262,0	257,7	311,7	323,5	348,1	
7,5	151,0	150,8	166,1	172,9	164,2	185,1	244,0	280,9	291,6	313,8	
8,5	56,5	61,6	64,1	66,2	51,9	59,8	67,7	76,2	79,1	85,1	

Anexo 3. Tabla para gráficos PIB vs Población 1980-2010

1980		1981		1982		1983		1984		1985			
P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB		
809100	2762,4	832159	2994,4	855218	3147,1	878277	3332,8	901336	3519,4	924395	3705,9		
287350	319,9	290625	346,8	293900	364,5	297175	386,0	300450	407,6	303725	429,2		
173245	107,7	175618	116,7	177991	122,7	180364	129,9	182737	137,2	185110	144,5		
140903	107,3	143833	116,3	146763	122,2	149693	129,4	152623	136,6	155553	143,8		
133833	629,5	136937	682,4	140041	717,2	143145	759,5	146249	802,0	149353	844,5		
81963	78,7	83061	85,3	84159	89,7	85257	95,0	86355	100,3	87453	105,6		
70261	66,3	70893	71,9	71525	75,6	72157	80,1	72789	84,6	73421	89,1		
53487	57,3	55262	62,1	57037	65,3	58812	69,2	60587	73,1	62362	77,0		
26524	12,4	27335	13,4	28146	14,1	28957	14,9	29768	15,7	30579	16,5		
1986		1987		1988		1989		1990		1991			
P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB		
947454	3891,2	970513	4015,7	993572	3586,0	1016631	3571,7	1072127	3,850	1100217	4200,0		
307000	450,7	310275	465,1	313550	415,3	316825	413,6	322130	445,9	326511	486,5		
187483	151,7	189856	156,6	192229	139,8	194602	139,2	198495	150,1	199527	163,8		
158843	151,0	161413	155,8	164343	139,1	167273	138,5	173190	149,3	175909	162,9		
152457	886,7	155561	915,1	158665	817,2	161769	813,9	168294	877,4	171576	957,2		
88551	110,9	89649	114,4	90747	102,2	91845	101,8	93681	109,7	94524	119,7		
74053	93,6	74685	96,6	75317	86,3	75949	86,0	76947	92,7	77578	101,1		
64137	80,9	65912	83,5	67687	74,6	69462	74,1	74139	79,9	76786	87,2		
31390	17,3	32201	17,9	33012	16	33823	15,9	35862	17,1	36281	18,7		
1992		1993		1994		1995		1996		1997			
P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB		
1E+06	4704	1156397	5099,1	1184487	5415,2	1212577	5534,3	1240667	6,195	1268757	6522,9		
330892	544,9	335273	590,7	339654	627,3	344035	641,1	348416	753,9	352797	779,2		
200559	183,5	201591	198,9	202623	211,2	203655	215,8	204687	239,5	205719	247,6		
178628	182,4	181347	197,7	184066	210	186785	214,6	189504	233,7	192223	247,6		
174858	1072,1	178140	1162,2	181422	1234,3	184704	1261,5	187986	1379	191268	1583,1		
95367	134,1	96210	145,4	97053	154,4	97896	157,8	98739	171,6	99582	180,2		
78209	113,2	79560	122,7	80947	130,3	82334	133,2	83721	142,2	85108	160,2		
78173	97,7	78840	105,9	79471	112,5	80102	115	80733	157,1	81364	156,5		
36700	20,9	37119	22,7	37538	24,1	37957	24,6	38376	50,6	38795	47,1		
1998		1999		2000		2001		2002		2003			
P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB		
1E+06	7083,8	1324937	7538,0	1388357	7631,4	1471996	7437,7	1508235	7740,0	1544597	8193,0		
357178	778,1	361559	851,4	368790	853,1	386150	955,4	390906	1715,8	395641	1718,7		
206751	265,4	207783	268,3	209076	281,1	219032	302,4	220211	996,4	223777	948,2		
194942	272,4	197832	249,4	204208	254,5	216162	286,9	219970	307,2	221334	335,2		
194550	1672,4	197661	1572,2	202461	1742,0	213108	1829,0	215937	304,3	218736	319,1		
100425	200,4	101268	203,5	102465	218,6	107196	232,3	107945	234,0	108675	247,8		
86495	170,2	87882	166,0	89269	183,3	95976	185,0	98303	181,0	100667	190,6		
81995	159,1	82626	172,0	83495	157,4	87363	151,0	87808	150,8	88214	166,1		
39214	51,2	39633	49,5	40284	49,5	42691	56,5	43081	61,6	43457	64,1		
2004		2005		2006		2007		2008		2009		2010	
P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB	P	PIB
#####	8786,3	1617129	9382,3	1653220	10128,8	1689304	11724,7	1725293	13079,0	1761112	13576,0	1713070	14607,8
400321	1926,4	404914	2148,0	409483	2444,0	414048	2330,2	418519	2471,1	422796	2565,0	424058	2759,9
227592	992,7	231425	1040,9	235299	1053,9	239206	1181,6	243115	1275,3	246991	1323,8	241928	1424,4
222382	955,0	224278	382,7	227047	406,4	229816	511,7	234593	522,1	238034	541,9	241474	583,1
221514	341,0	223337	360,5	224186	395,9	224939	481,1	225619	481,5	226248	499,8	226991	537,8
109371	261,2	110013	275,6	110600	302,7	111146	285,7	113180	315,4	115793	327,4	125461	352,3
103072	211,9	105521	235,1	108026	262,0	110585	257,7	111647	311,7	112111	323,5	109955	348,1
88606	172,9	89007	164,2	89426	185,1	89849	244,0	90259	280,9	90643	291,6	89592	313,8
43626	66,2	44198	51,9	44575	59,8	44953	67,7	45325	76,2	45680	79,1	48378	85,1

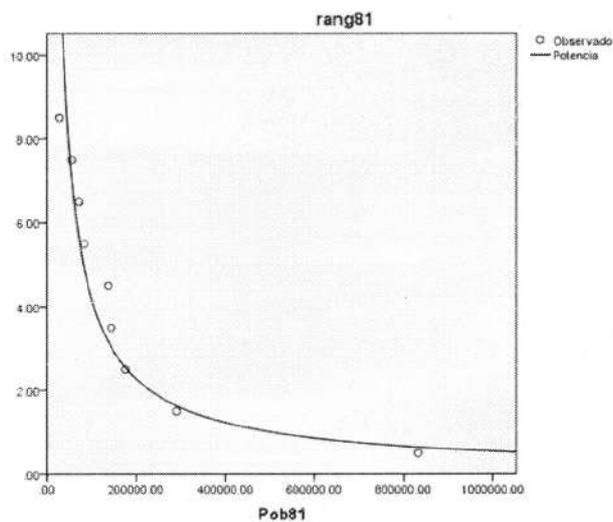
Anexo 4. Gráficas rango- tamaño poblacional 1980-2010

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1980



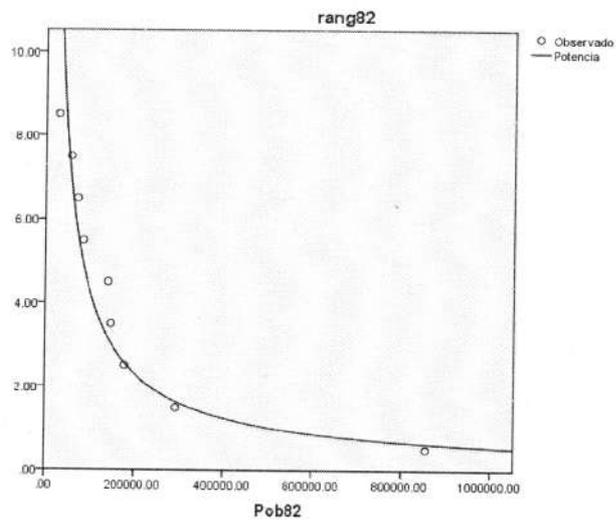
$$R = 106530P^{-0.883}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1981



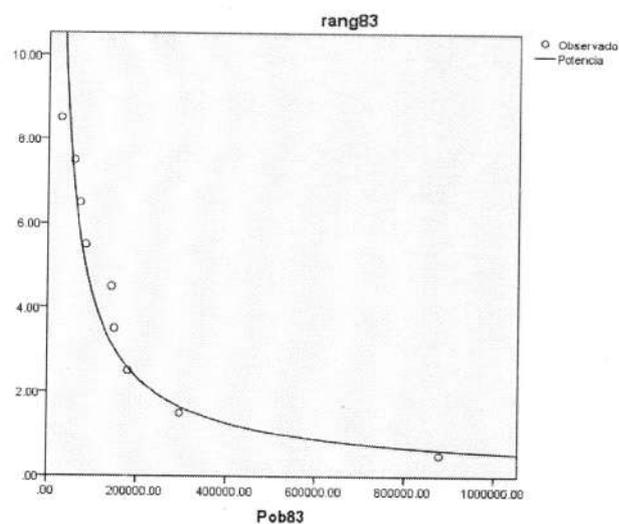
$$R = 111016P^{-0.885}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1982



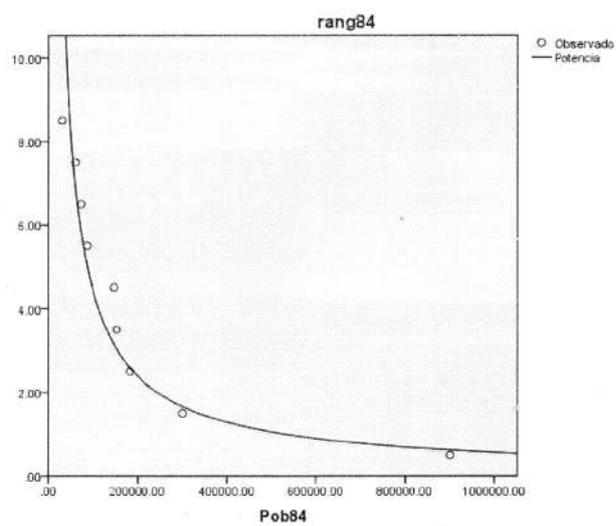
$$R = 115353P^{-0.886}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1983



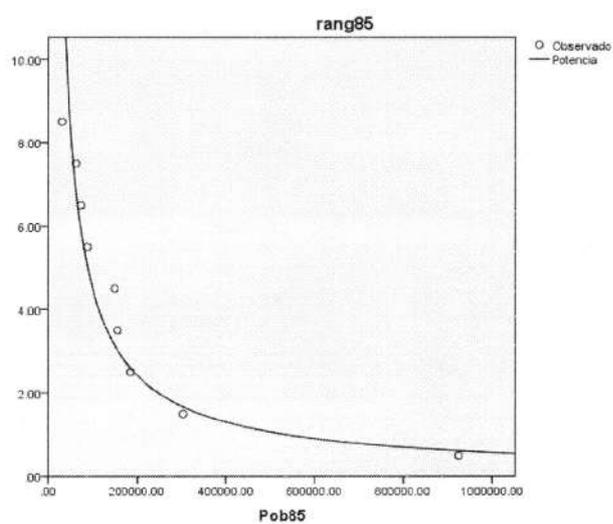
$$R = 119538P^{-0.888}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1984



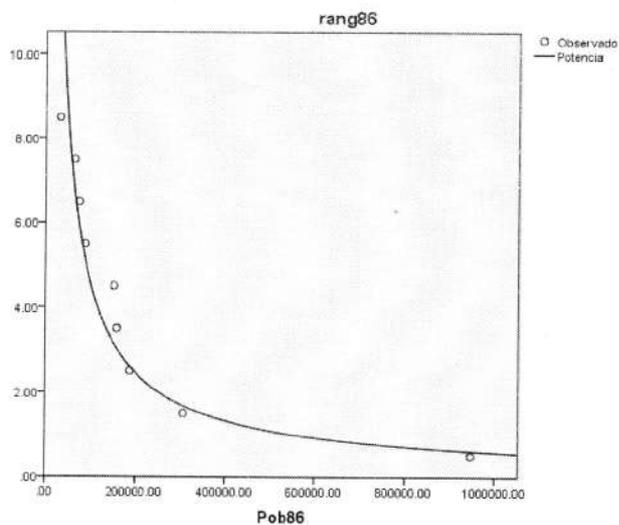
$$R = 123570P^{-0.889}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1985



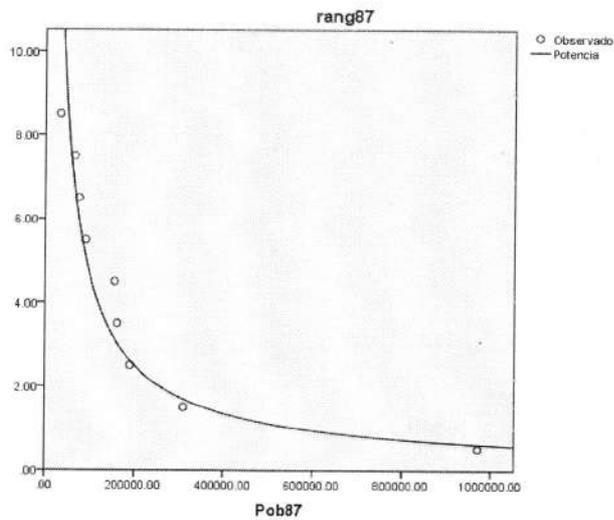
$$R = 127448P^{-0.891}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1986



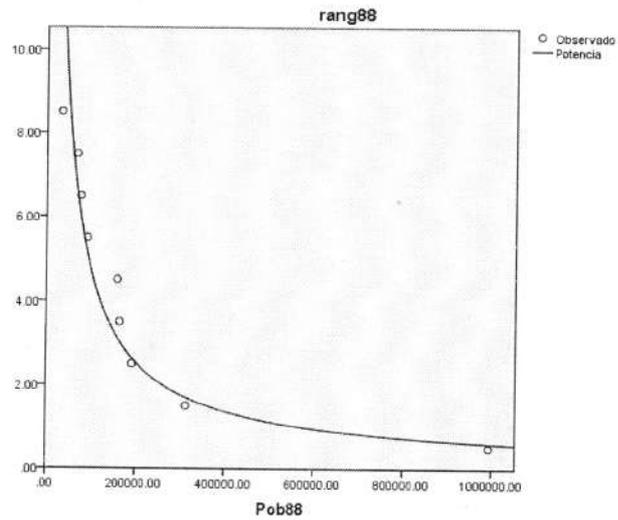
$$R = 131078P^{-0.892}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1987



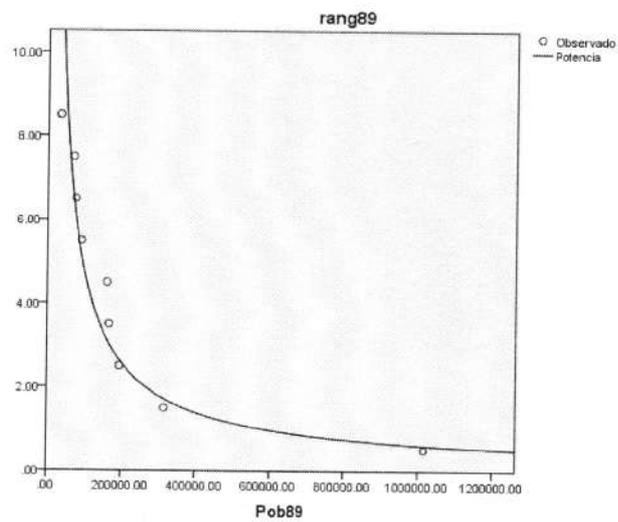
$$R = 134743P^{-0.893}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1988



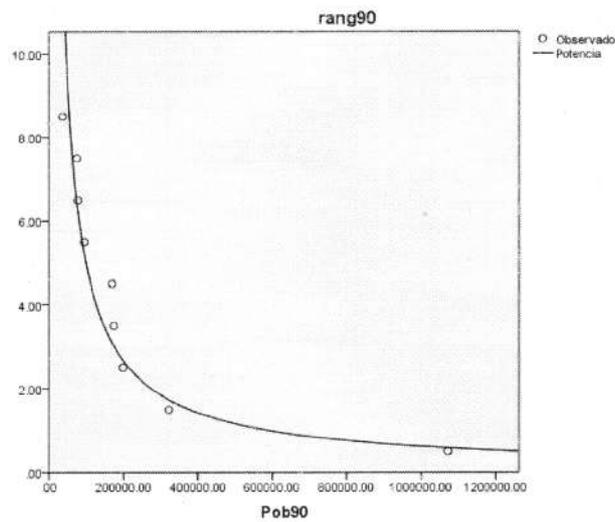
$$R = 138165P^{-0.893}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1989



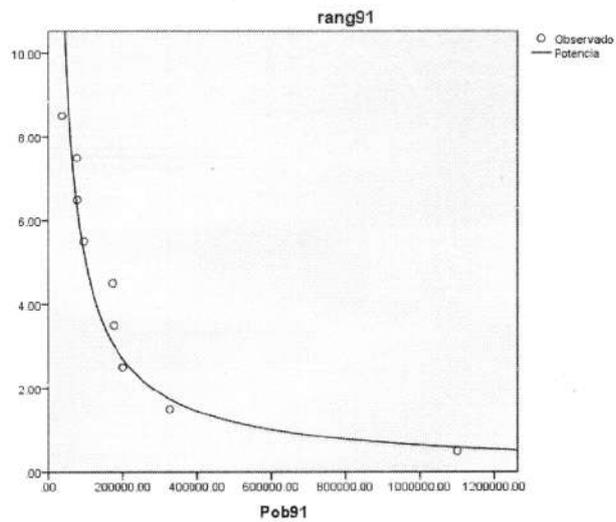
$$R = 141439P^{-0.894}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1990



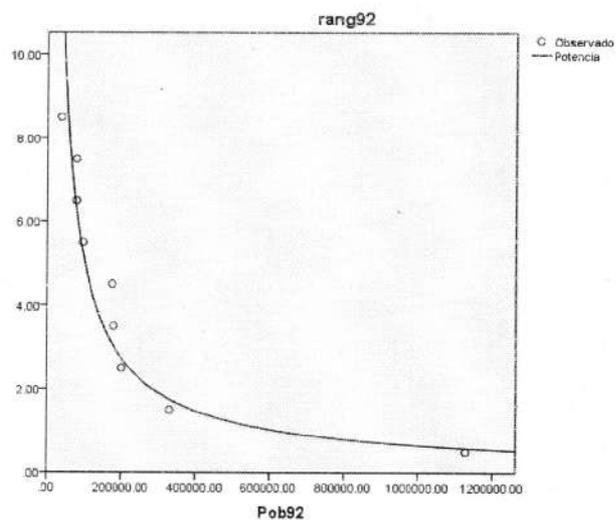
$$R = 150563P^{-0.897}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1991



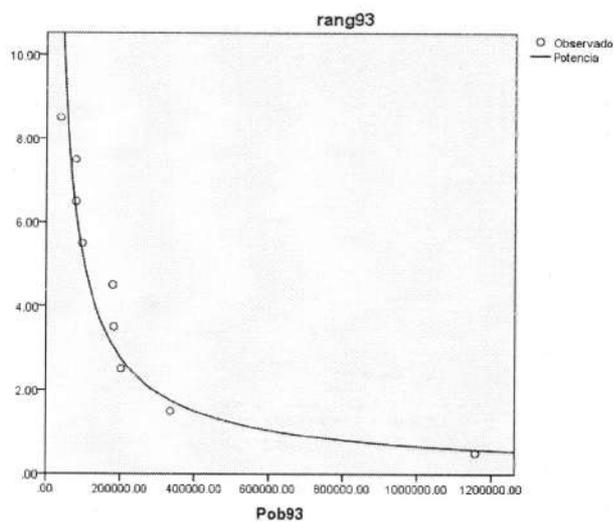
$$R = 148216P^{-0.894}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1992



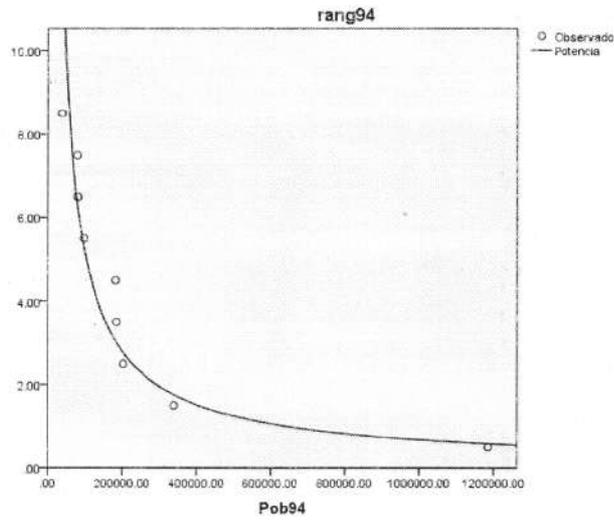
$$R = 144023P^{-0.891}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1993



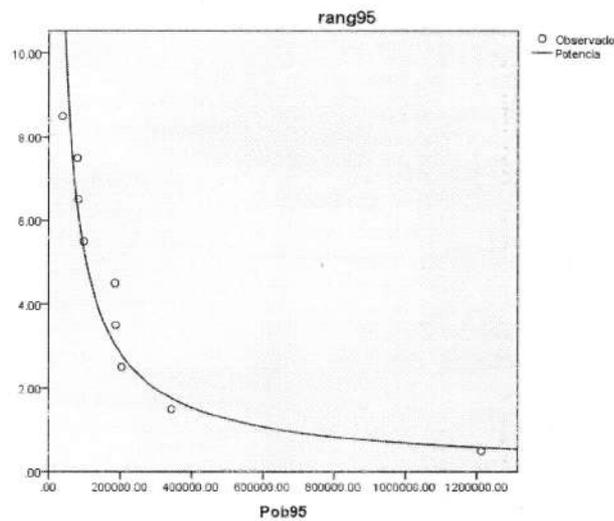
$$R = 140341P^{-0.888}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1994



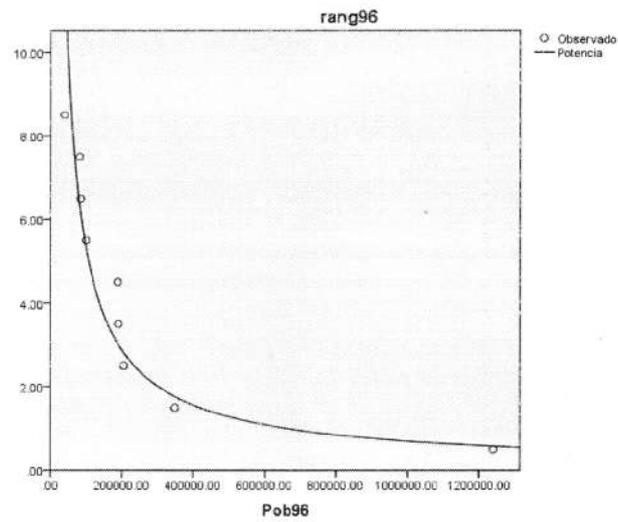
$$R = 136867P^{-0.884}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1995



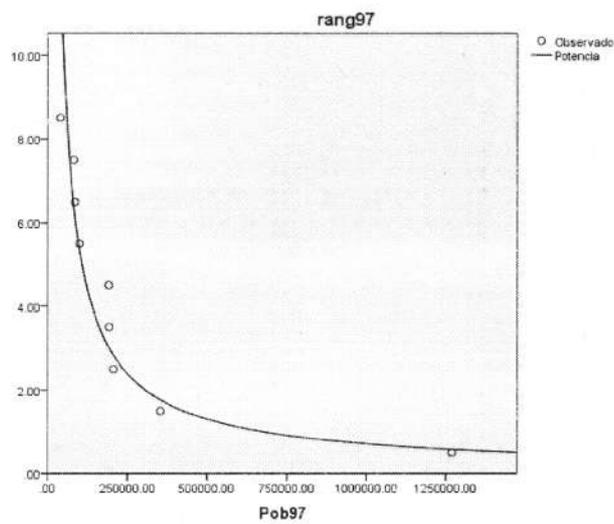
$$R = 106530P^{-0.883}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1996



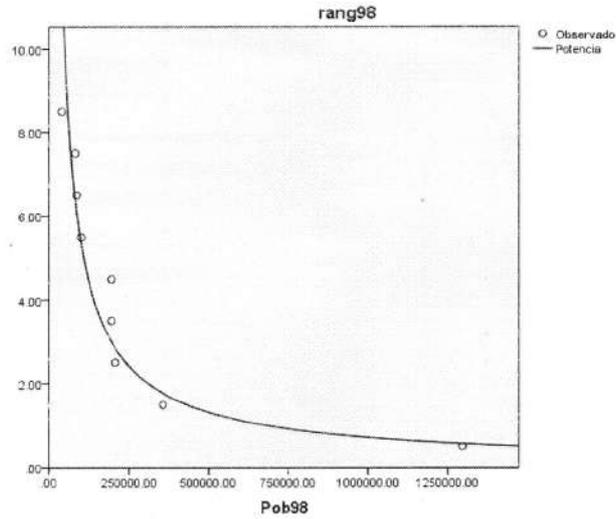
$$R = 130446P^{-0.879}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1997



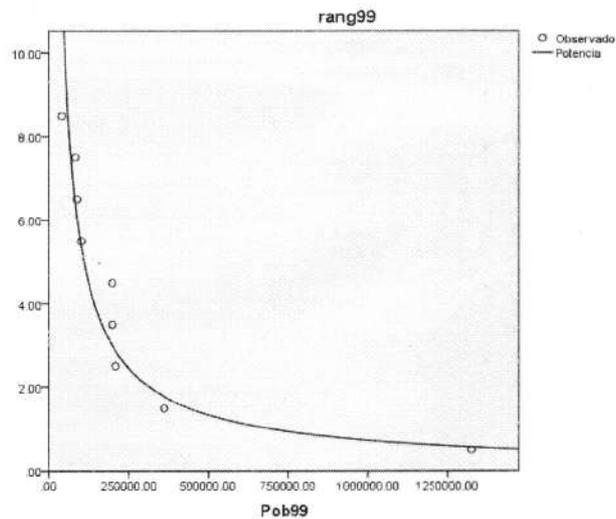
$$R = 127476P^{-0.876}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1998



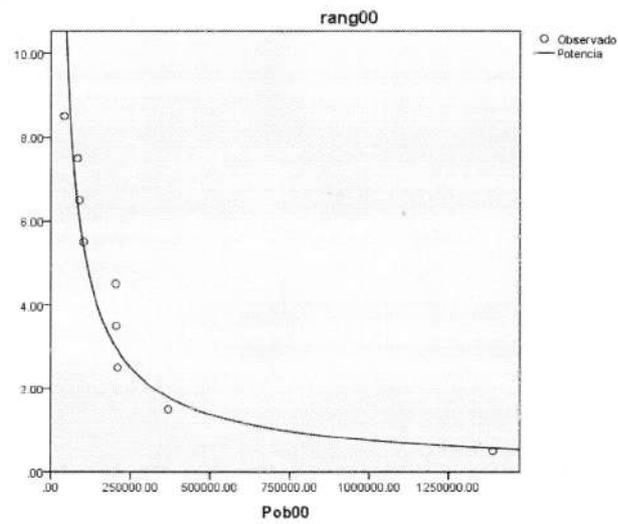
$$R = 124651P^{-0.873}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 1999



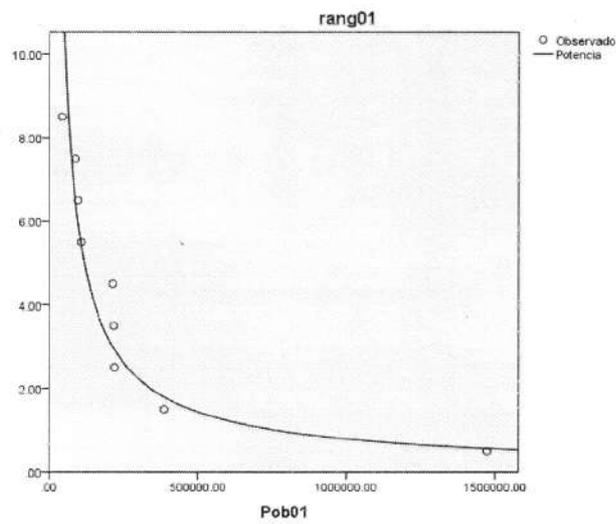
$$R = 122002P^{-0.870}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2000



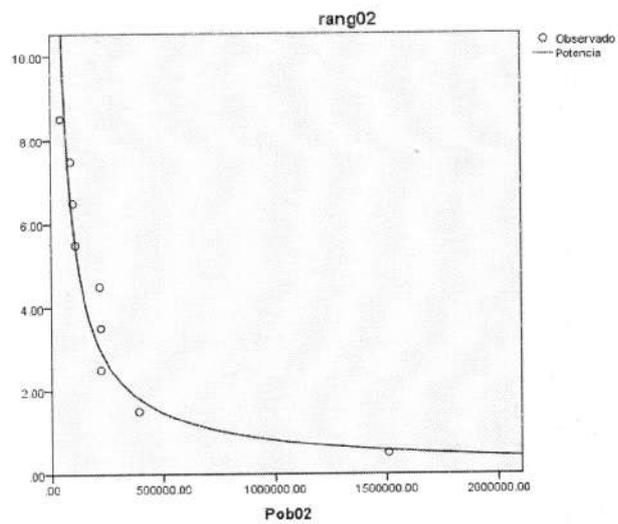
$$R = 112838P^{-0.862}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2001



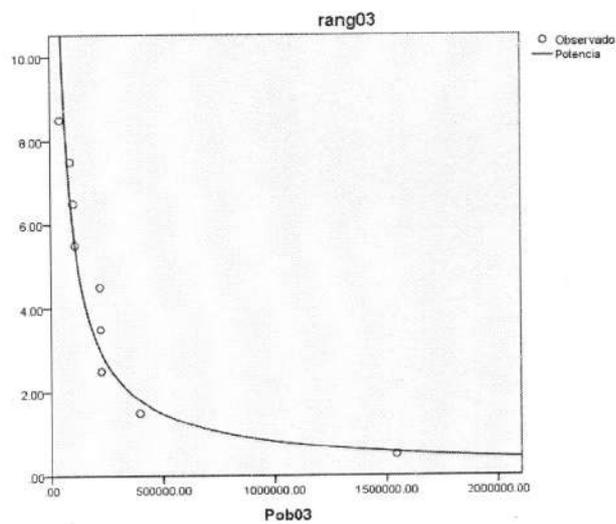
$$R = 118877P^{-0.863}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2002



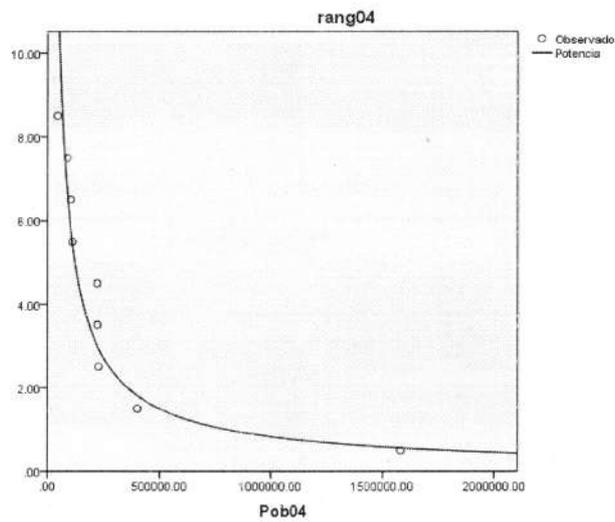
$$R = 115442P^{-0.859}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2003



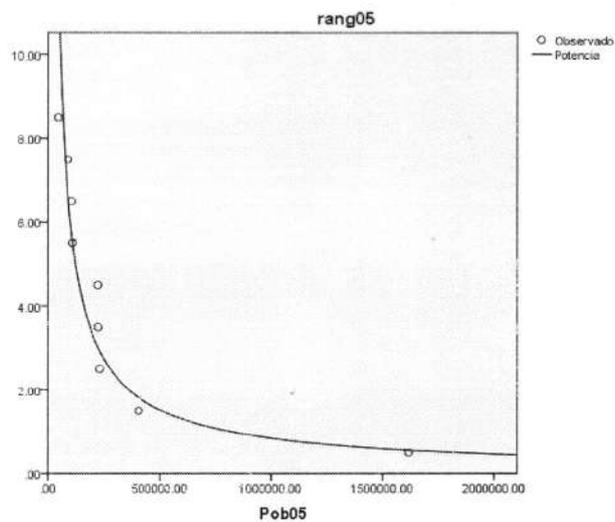
$$R = 112624P^{-0.857}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2004



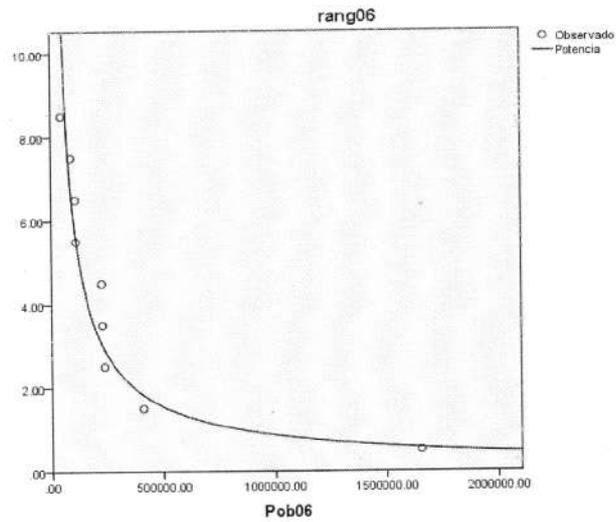
$$R = 109947P^{-0.854}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2005



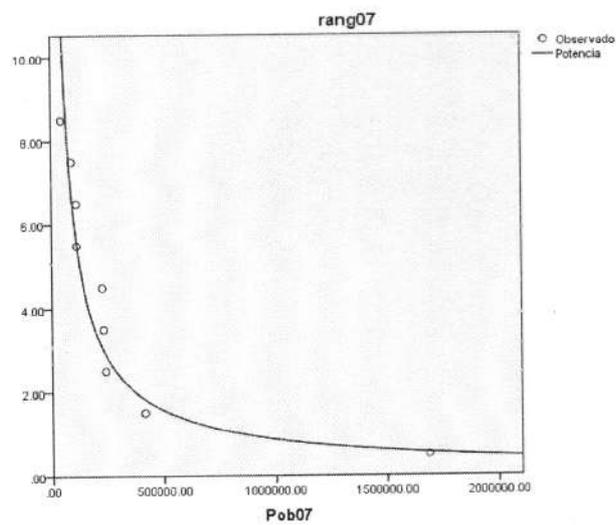
$$R = 107560P^{-0.851}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2006



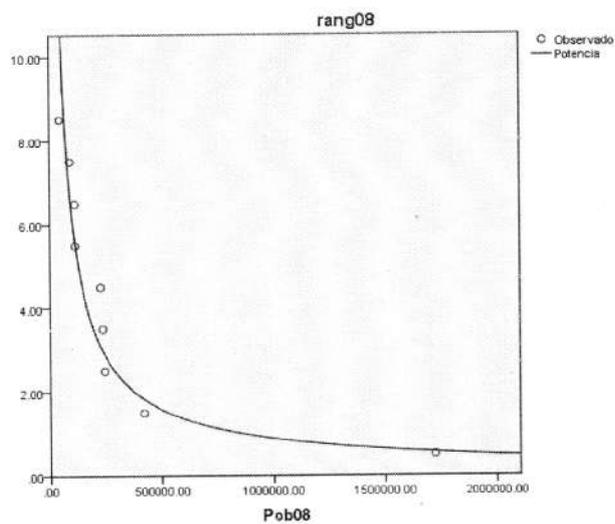
$$R = 105477P^{-0.849}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2007



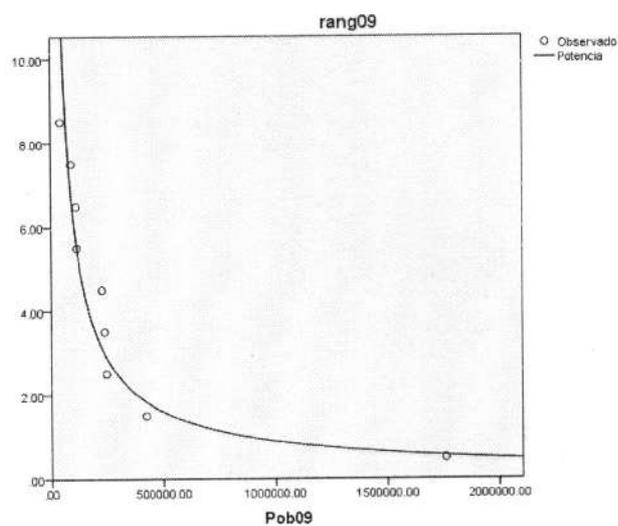
$$R = 103470P^{-0.846}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2008



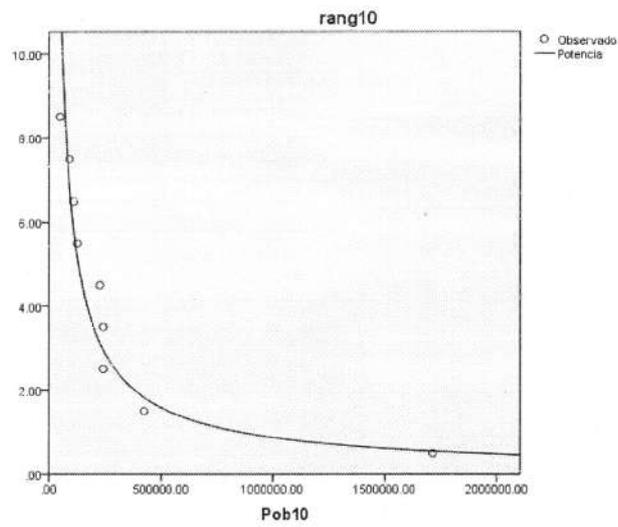
$$R = 101532P^{-0.844}$$

Gráfica Rango Tamaño poblacional 2009



$$R = 99847P^{-0.842}$$

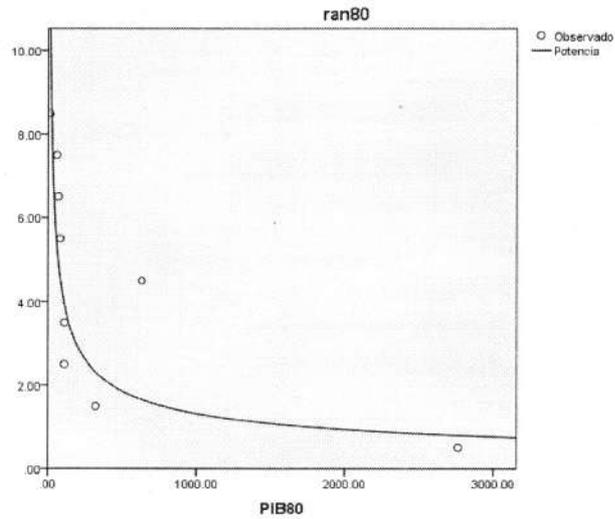
Gráfica Rango Tamaño poblacional 2010



$$R = 124179P^{-0.859}$$

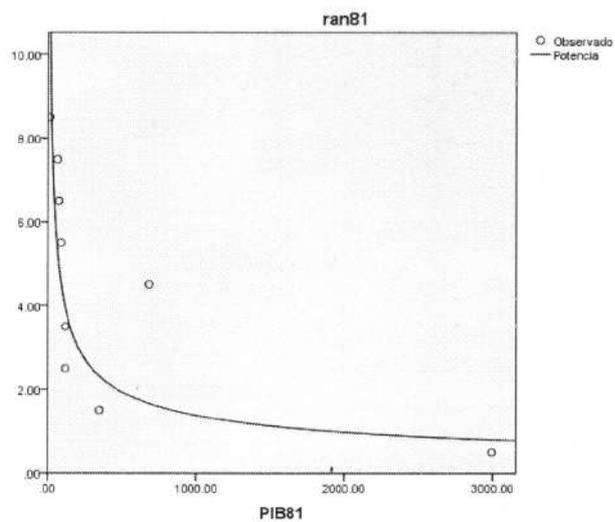
Anexo 5. Gráficas de rango - tamaño PIB 1980-2010

Gráfica Rango Tamaño PIB 1980



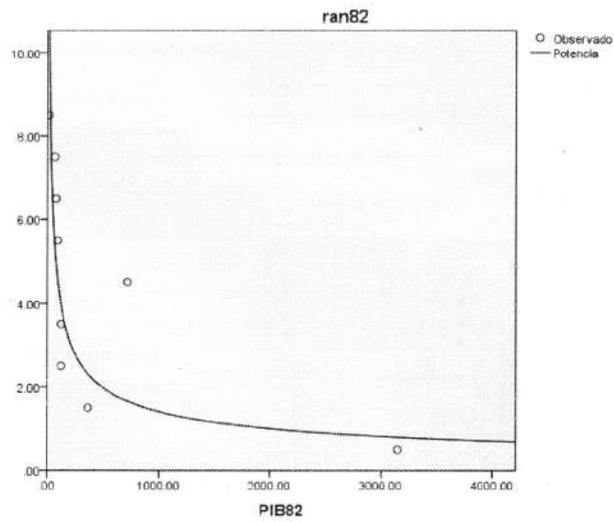
$$R = 39.191PIB^{-0.491}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1981



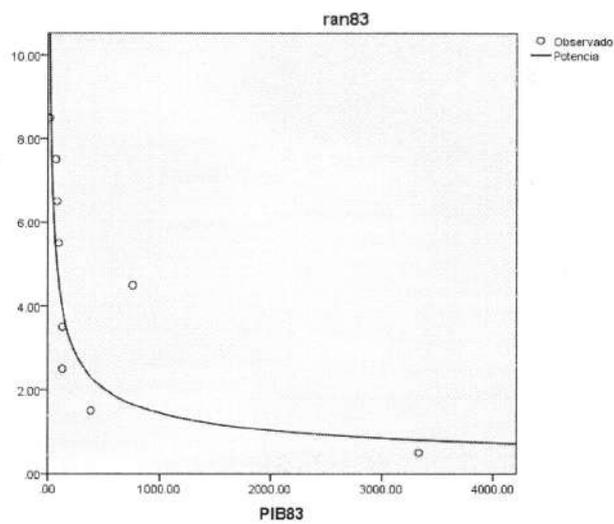
$$R = 40.714PIB^{-0.491}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1982



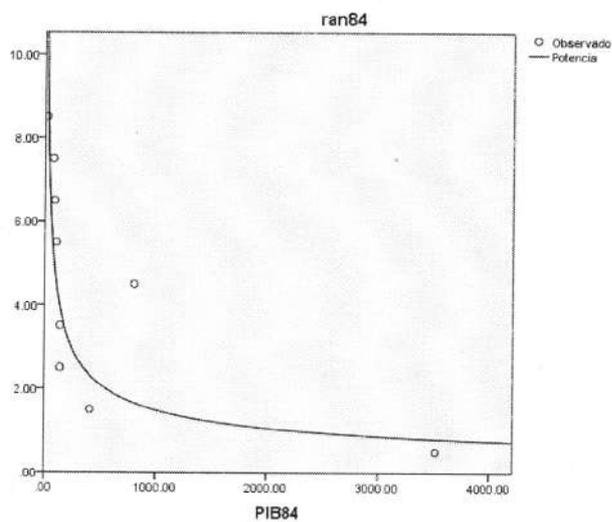
$$R = 41.749PIB^{-0.491}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1983



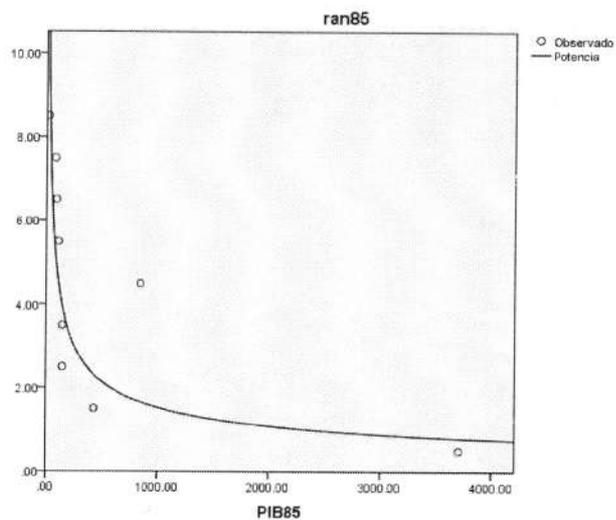
$$R = 42.901PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1984



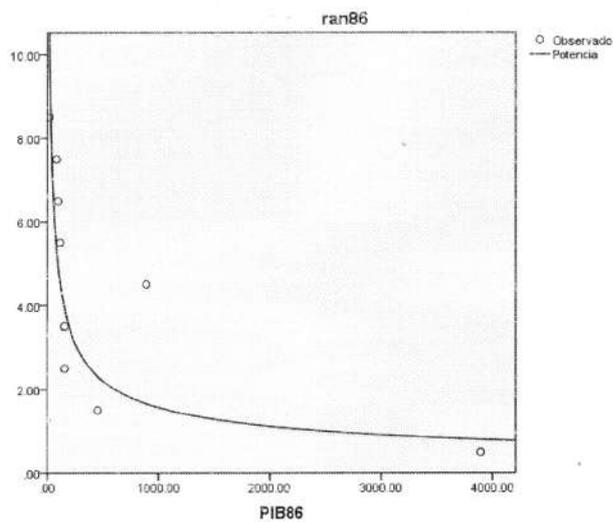
$$R = 44.021PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1985



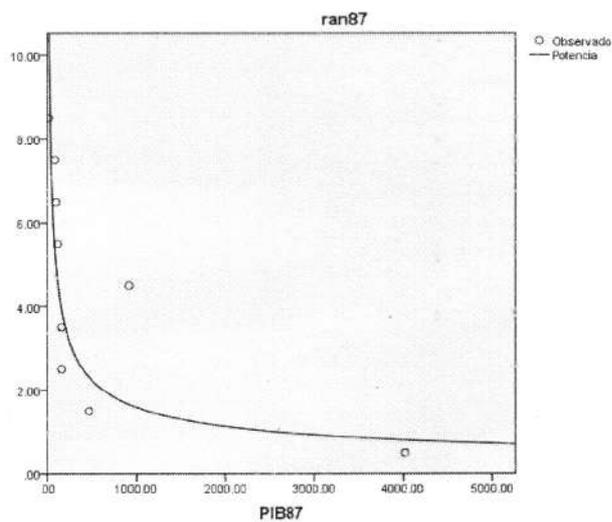
$$R = 45.112PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1986



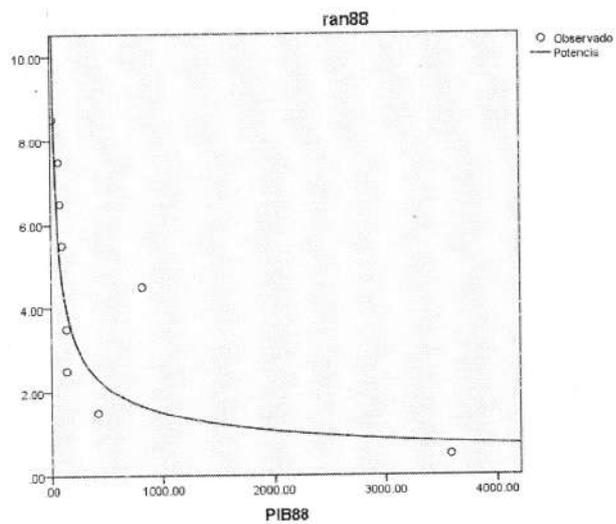
$$R = 46.178PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1987



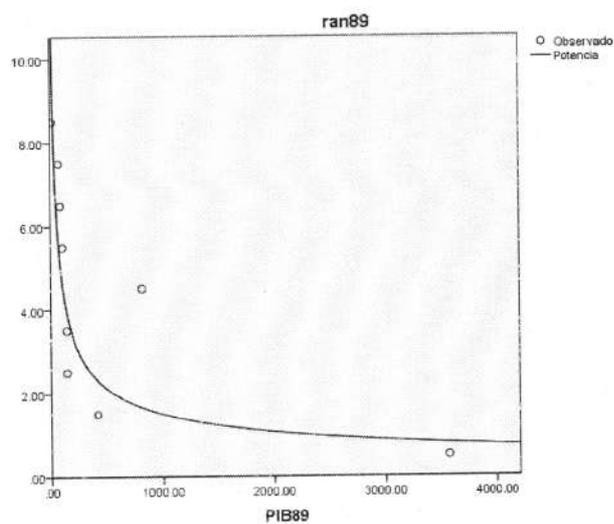
$$R = 46.953PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1988



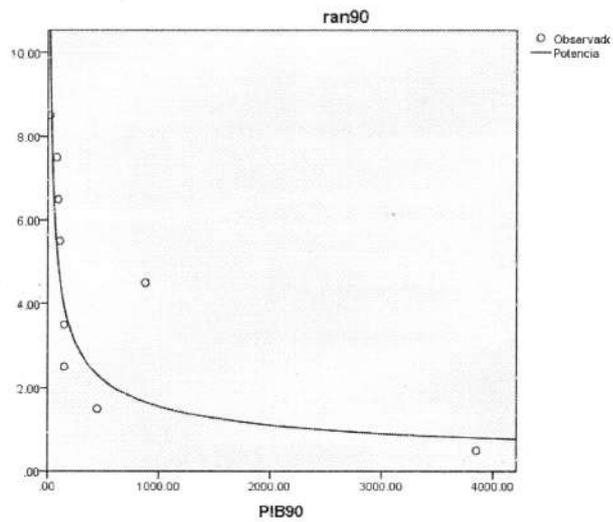
$$R = 44.438PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1989



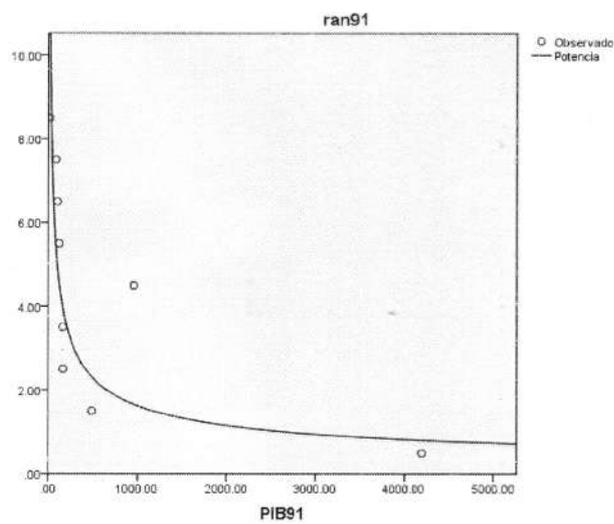
$$R = 45.907PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1990



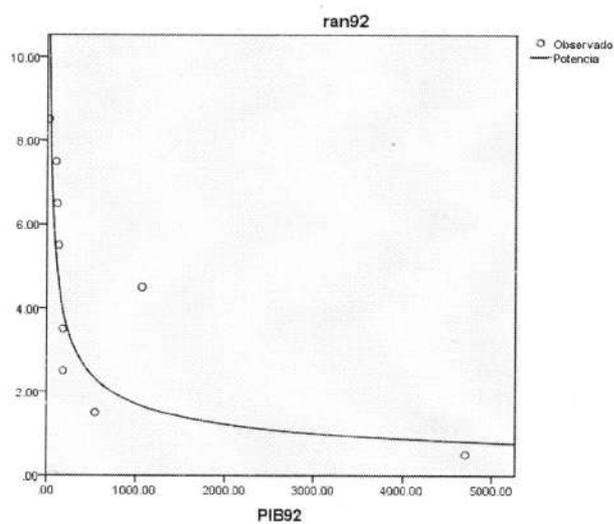
$$R = 47.967PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1991



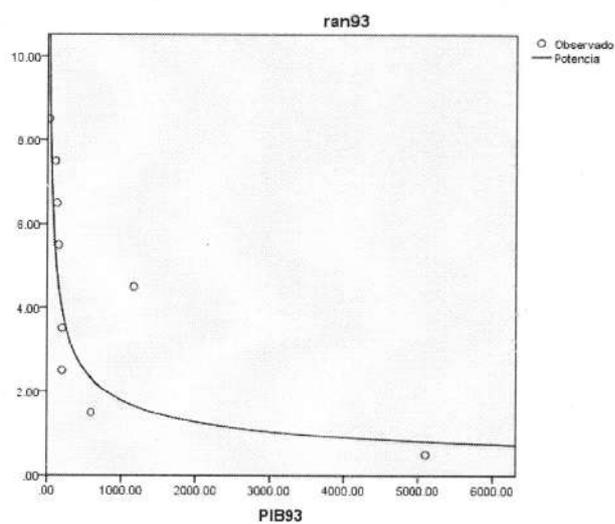
$$R = 50.657PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1992



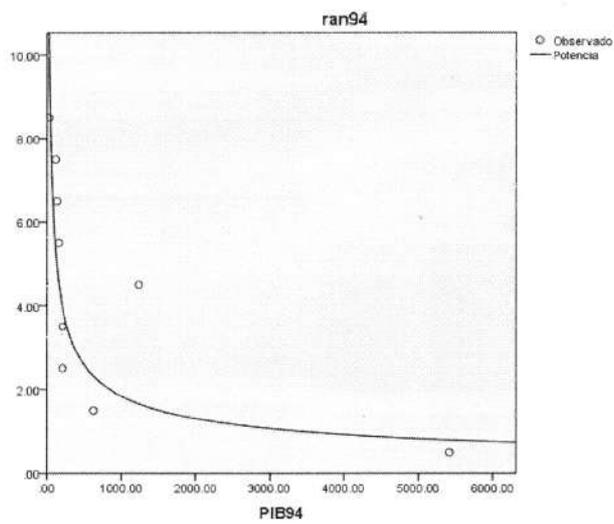
$$R = 50.657PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1993



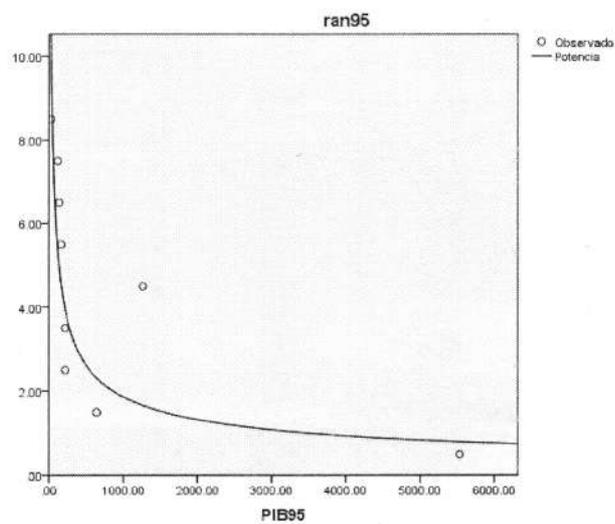
$$R = 52.749PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1994



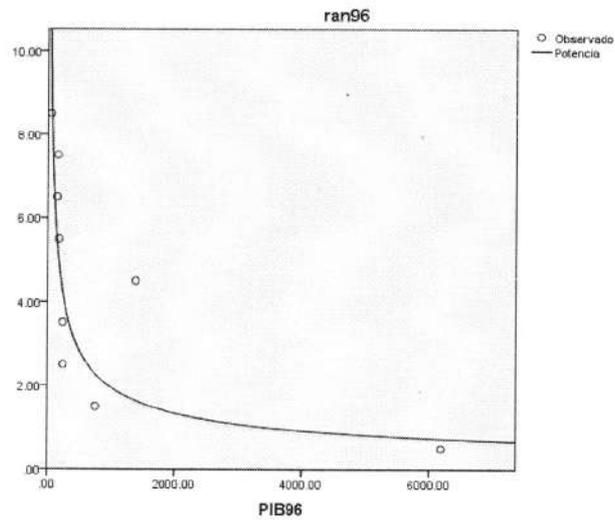
$$R = 54.319PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1995



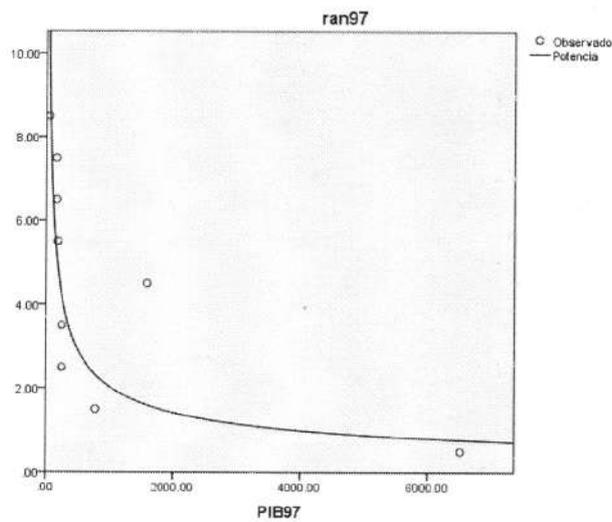
$$R = 54.867PIB^{-0.490}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1996



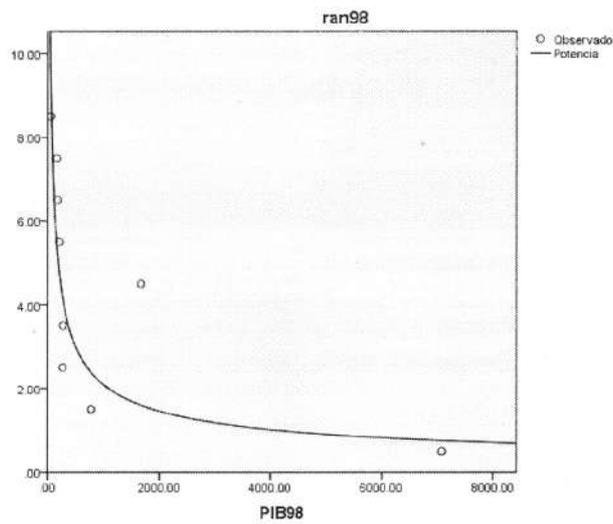
$$R = 79.147PIB^{-0.537}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1997



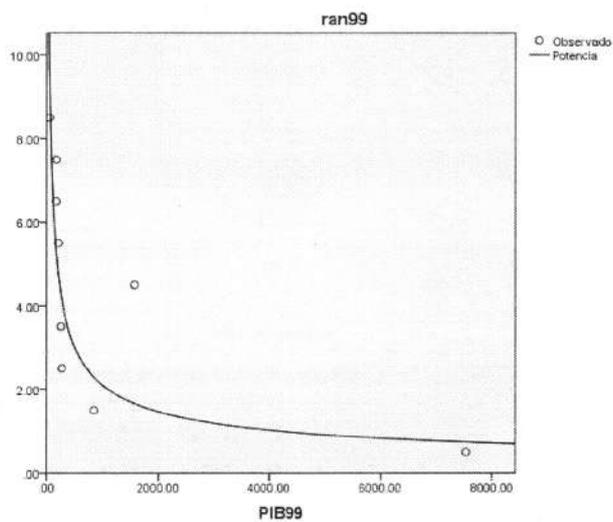
$$R = 73.153PIB^{-0.521}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1998



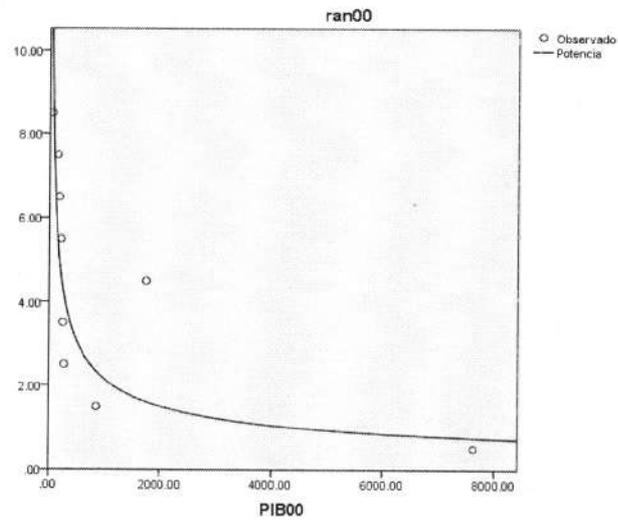
$$R = 76.479PIB^{-0.520}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 1999



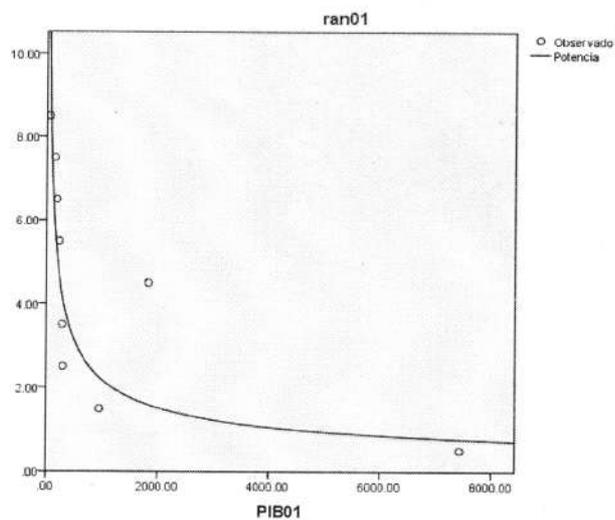
$$R = 76.191PIB^{-0.513}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2000



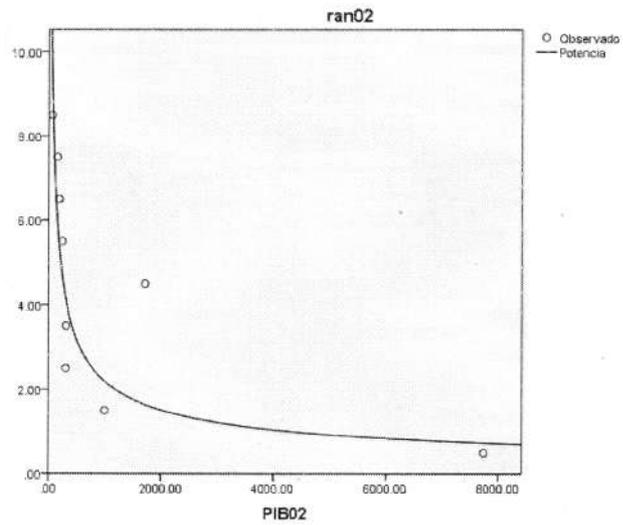
$$R = 74.045PIB^{-0.513}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2001



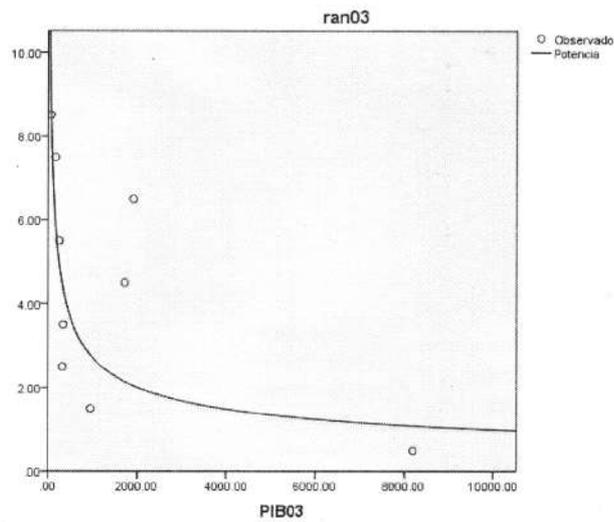
$$R = 81.584PIB^{-0.524}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2002



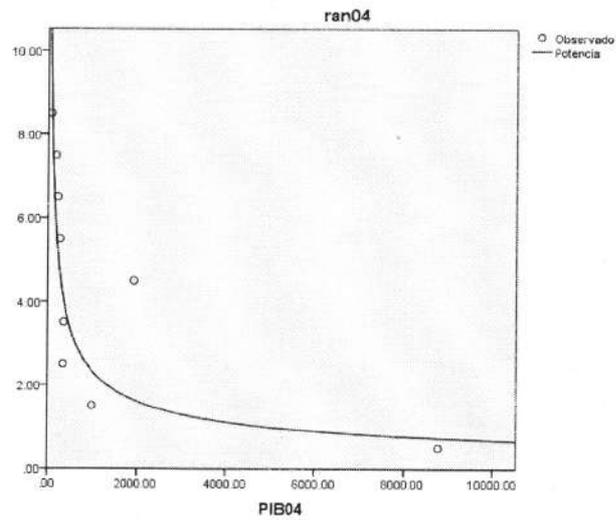
$$R = 88.13PIB^{-0.535}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2003



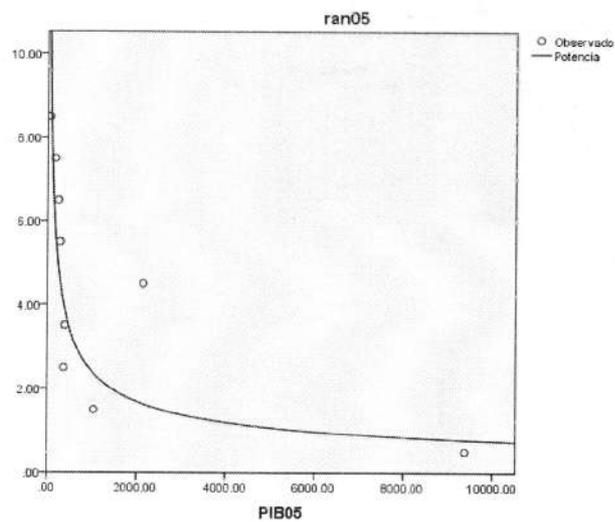
$$R = 54.145PIB^{-0.433}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2004



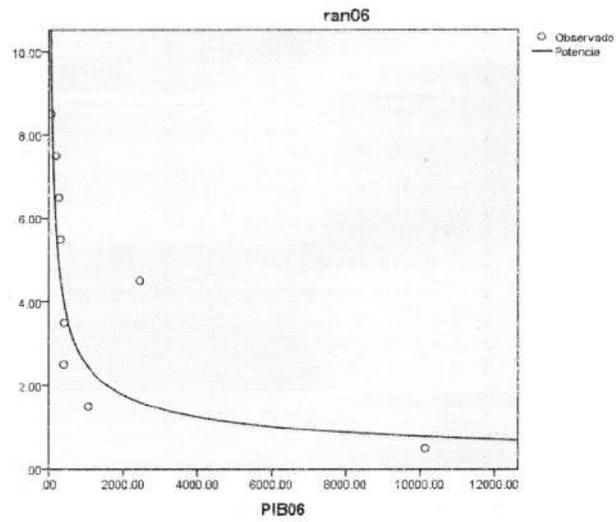
$$R = 92.083PIB^{-0.533}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2005



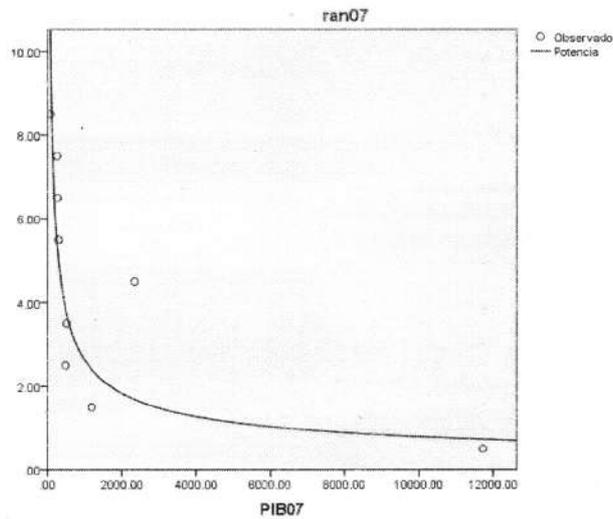
$$R = 78.202PIB^{-0.505}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2006



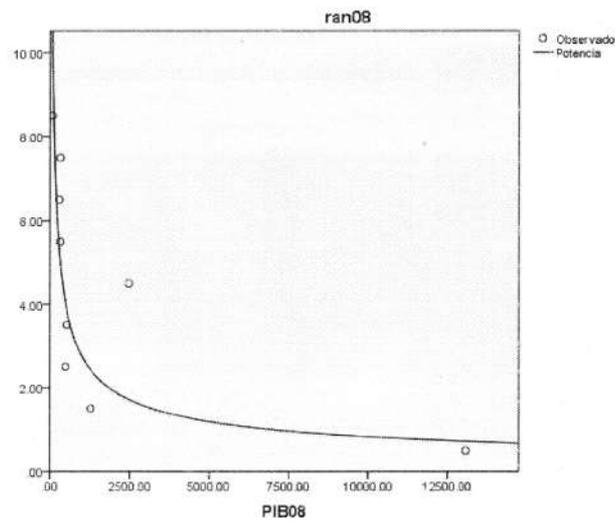
$$R = 82.267PIB^{-0.505}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2007



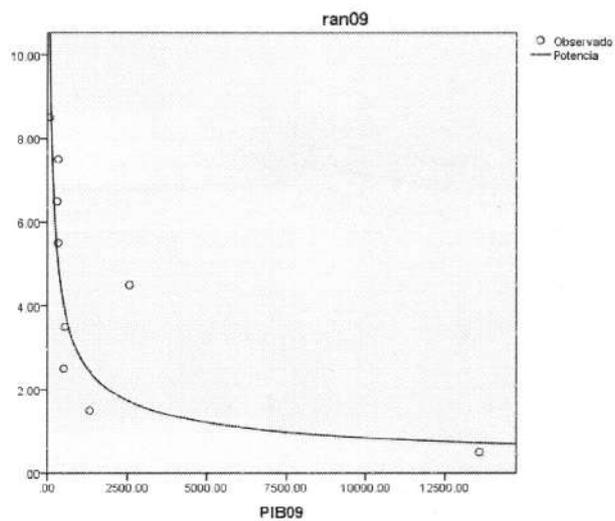
$$R = 96.901PIB^{-0.522}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2008



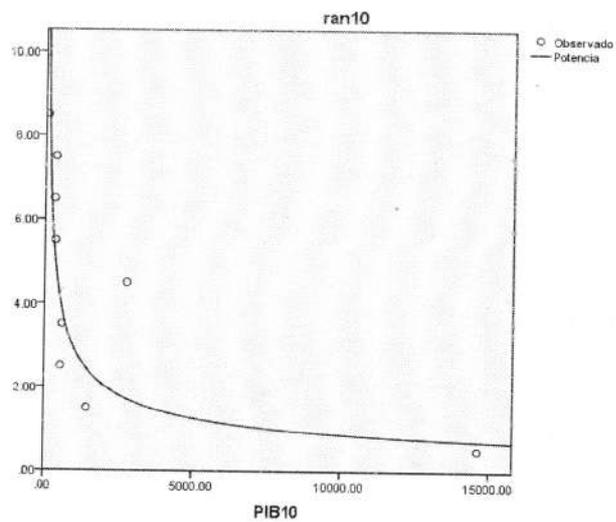
$$R = 101.97PIB^{-0.523}$$

Gráfica Rango Tamaño PIB 2009



$$R = 103.98PIB^{-0.523}$$

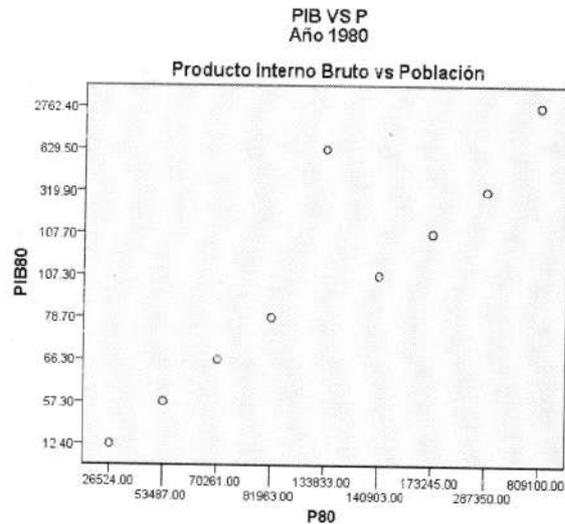
Gráfica Rango Tamaño PIB 2010



$$R = 108.03PIB^{-0.523}$$

Anexo 6. Gráficas PIB vs Población 1980-2010

Gráfica PIB VS Población 1980



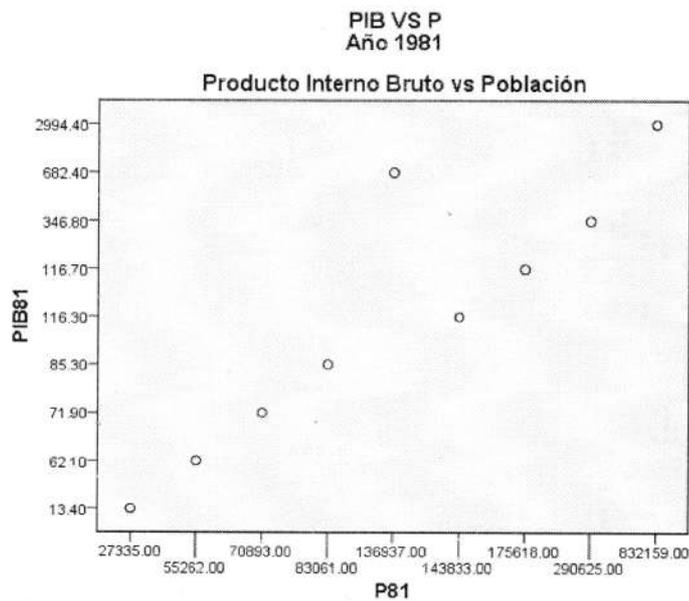
$$PIB = 0.0035P - 230.23$$

Correlaciones

		P80	PIB80
P80	Correlación de Pearson	1	.984**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.911E15	6.912E12
	Covarianza	9.093E10	3.290E8
	N	21012	21012
PIB80	Correlación de Pearson	.984**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	6.912E12	2.581E10
	Covarianza	3.290E8	1228389.668
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1981



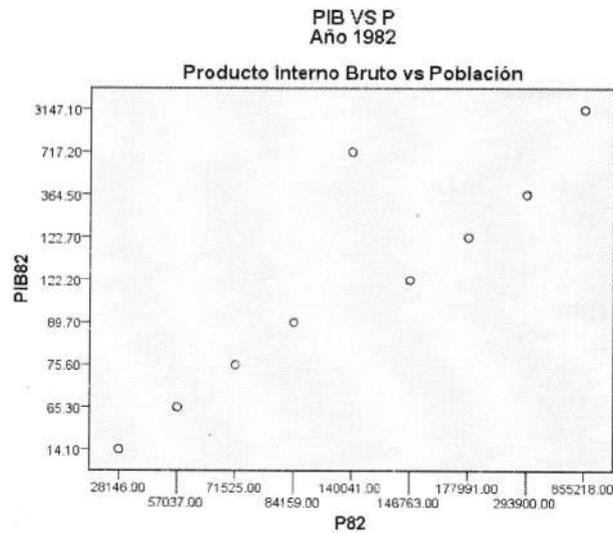
$$PIB = 0.0037P - 246.02$$

Correlaciones

		P81	PIB81
P81	Correlación de Pearson	1	.985**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.030E15	7.728E12
	Covarianza	9.663E10	3.678E8
	N	21012	21012
PIB81	Correlación de Pearson	.985**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	7.728E12	3.033E10
	Covarianza	3.678E8	1443372.030
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1982



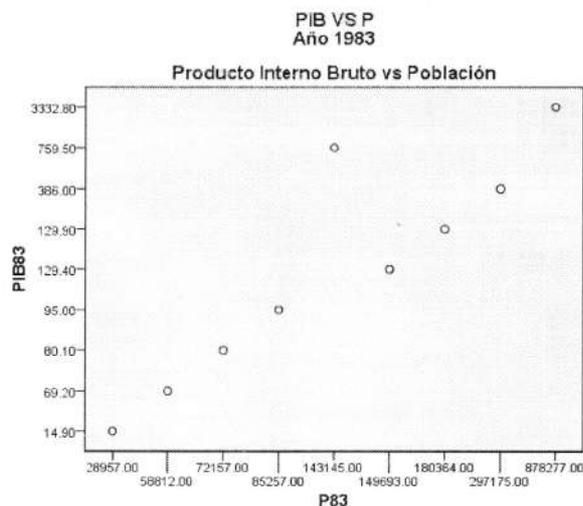
$$PIB = 0.0038P - 254.92$$

Correlaciones

		P82	PIB82
P82	Correlación de Pearson	1	.985**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.154E15	8.369E12
	Covarianza	1.025E11	3.983E8
	N	21012	21012
PIB82	Correlación de Pearson	.985**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.369E12	3.350E10
	Covarianza	3.983E8	1594320.792
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1983



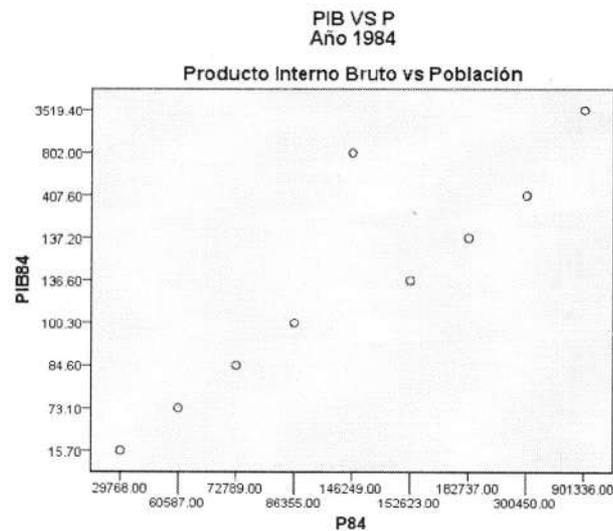
$$PIB = 0.0039P - 266.27$$

Correlaciones

		P83	PIB83
P83	Correlación de Pearson	1	.986**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.281E15	9.125E12
	Covarianza	1.086E11	4.343E8
	N	21012	21012
PIB83	Correlación de Pearson	.986**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	9.125E12	3.757E10
	Covarianza	4.343E8	1788033.772
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1984



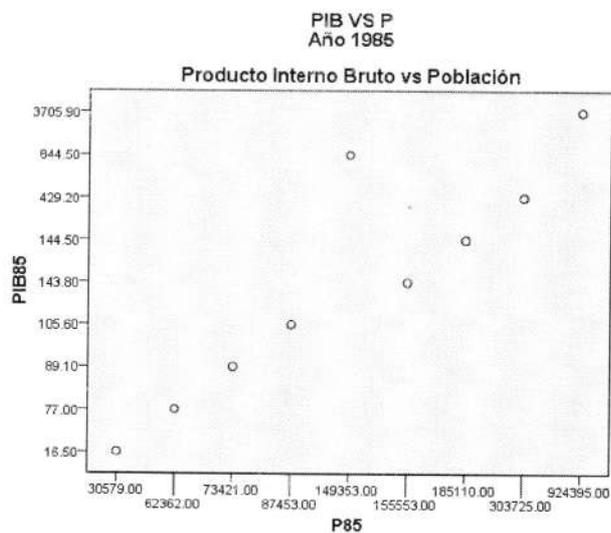
$$PIB = 0.0040P - 277.41$$

Correlaciones

		P84	PIB84
P84	Correlación de Pearson	1	.986**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.412E15	9.913E12
	Covarianza	1.148E11	4.718E8
	N	21012	21012
PIB84	Correlación de Pearson	.986**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	9.913E12	4.189E10
	Covarianza	4.718E8	1993875.412
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1985



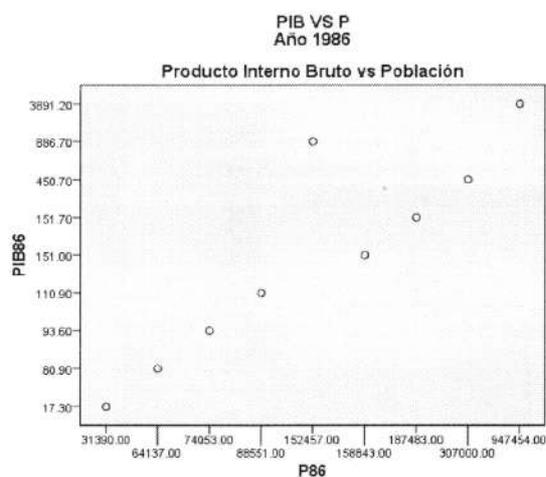
$$PIB = 0.0040P - 288.28$$

Correlaciones

		P85	PIB85
P85	Correlación de Pearson	1	.987**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.546E15	1.073E13
	Covarianza	1.212E11	5.106E8
	N	21012	21012
PIB85	Correlación de Pearson	.987**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.073E13	4.645E10
	Covarianza	5.106E8	2210792.996
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1986



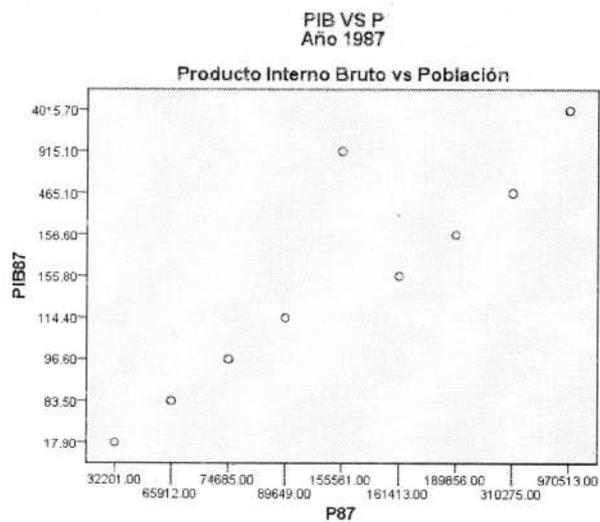
$$PIB = 0.0042P - 298.97$$

Correlaciones

		P86	PIB86
P86	Correlación de Pearson	1	.987**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.684E15	1.157E13
	Covarianza	1.278E11	5.507E8
	N	21012	21012
PIB86	Correlación de Pearson	.987**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.157E13	5.121E10
	Covarianza	5.507E8	2437398.636
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1987



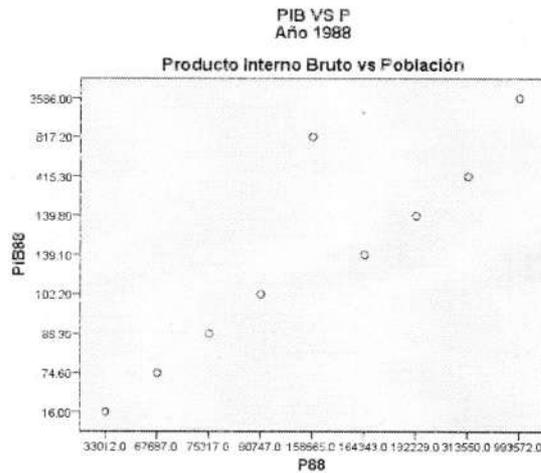
$$PIB = 0.0043P - 304.47$$

Correlaciones

		P87	PIB87
P87	Correlación de Pearson	1	.987**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.826E15	1.226E13
	Covarianza	1.345E11	5.834E8
	N	21012	21012
PIB87	Correlación de Pearson	.987**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.226E13	5.454E10
	Covarianza	5.834E8	2595855.226
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1988



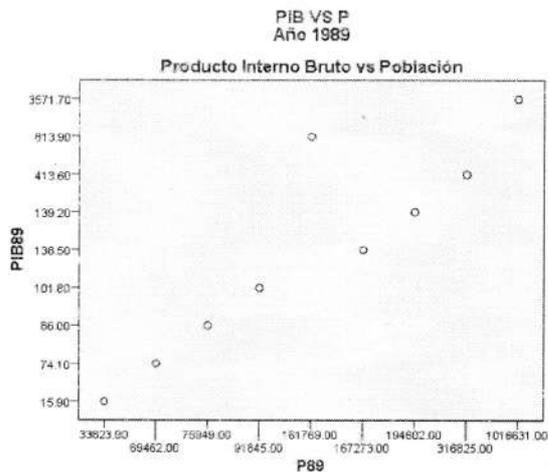
$$PIB = 0.0037P - 268.53$$

Correlaciones

		P88	PIB88
P88	Correlación de Pearson	1	.988**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.972E15	1.123E13
	Covarianza	1.414E11	5.344E8
	N	21012	21012
PIB88	Correlación de Pearson	.988**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.123E13	4.349E10
	Covarianza	5.344E8	2070038.750
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1989



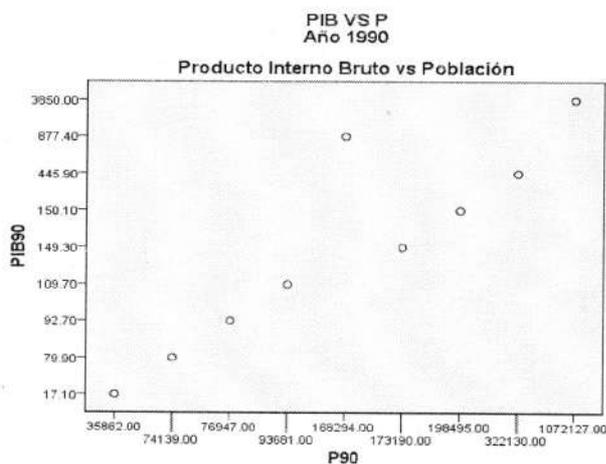
$$PIB = 0.0036P - 264.29$$

Correlaciones

		P89	PIB89
P89	Correlación de Pearson	1	.988**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.121E15	1.146E13
	Covarianza	1.485E11	5.456E8
	N	21012	21012
PIB89	Correlación de Pearson	.988**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.146E13	4.315E10
	Covarianza	5.456E8	2053620.831
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1990



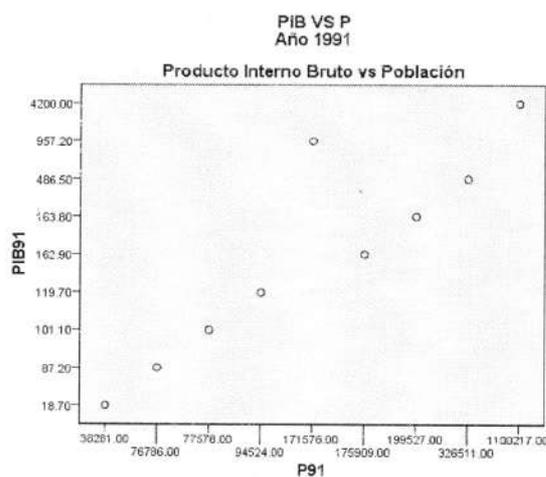
$$PIB = 0.0037P - 274.24$$

Correlaciones

		P90	PIB90
P90	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.505E15	1.310E13
	Covarianza	1.668E11	6.237E8
	N	21012	21012
PIB90	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.310E13	5.013E10
	Covarianza	6.237E8	2386043.926
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1991



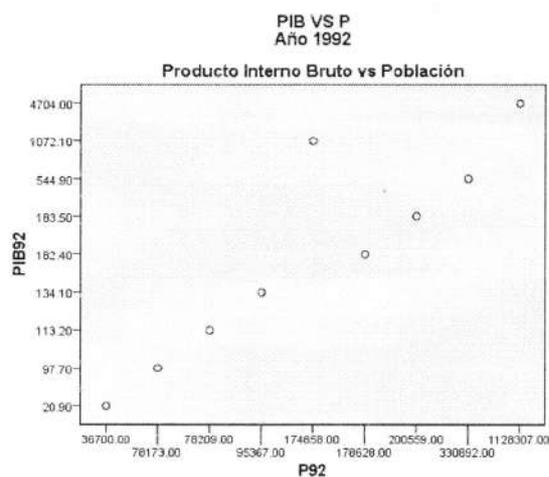
$$PIB = 0.0040P - 293.18$$

Correlaciones

		P91	PIB91
P91	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.706E15	1.470E13
	Covarianza	1.764E11	6.998E8
	N	21012	21012
PIB91	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.470E13	5.966E10
	Covarianza	6.998E8	2839528.928
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1992



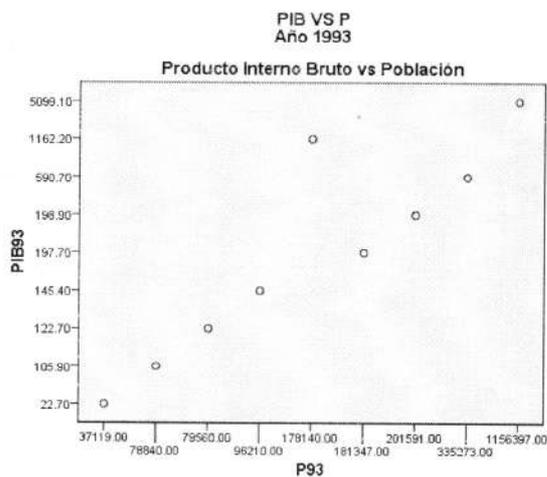
$$PIB = 0.0043P - 321.10$$

Correlaciones

		PIB92	P92
PIB92	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	7.484E10	1.693E13
	Covarianza	3561872.306	8.056E8
	N	21012	21012
P92	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.693E13	3.914E15
	Covarianza	8.056E8	1.863E11
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1993



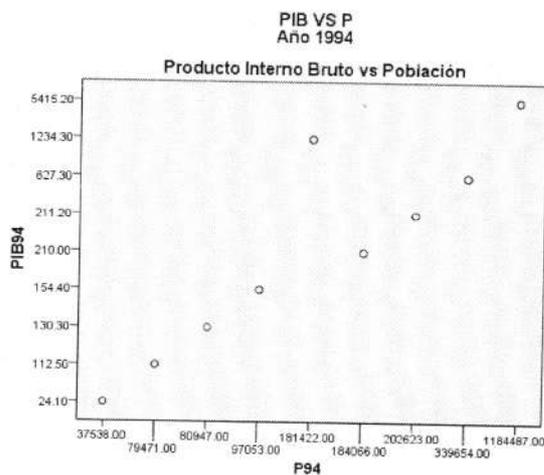
$$PIB = 0.0046P - 340.48$$

Correlaciones

		P93	PIB93
P93	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.127E15	1.885E13
	Covarianza	1.964E11	8.969E8
	N	21012	21012
PIB93	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.885E13	8.794E10
	Covarianza	8.969E8	4185293.234
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1994



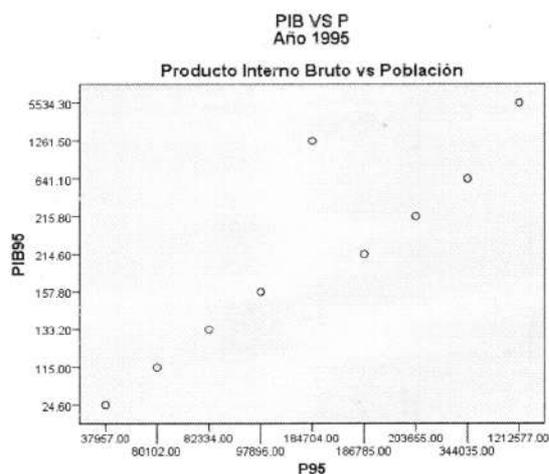
$$PIB = 0.0047P - 353.91$$

Correlaciones

		P94	PIB94
P94	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.346E15	2.054E13
	Covarianza	2.068E11	9.777E8
	N	21012	21012
PIB94	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.054E13	9.918E10
	Covarianza	9.777E8	4720244.959
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1995



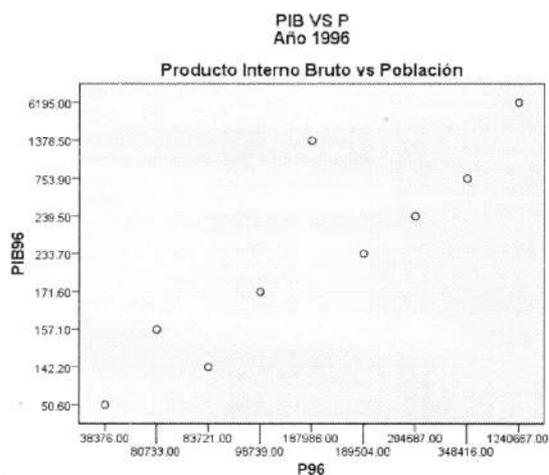
$$PIB = 0.0047P - 354.18$$

Correlaciones

		P95	PIB95
P95	Correlación de Pearson	1	.990**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.570E15	2.153E13
	Covarianza	2.175E11	1.025E9
	N	21012	21012
PIB95	Correlación de Pearson	.990**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.153E13	1.036E11
	Covarianza	1.025E9	4930124.021
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1996



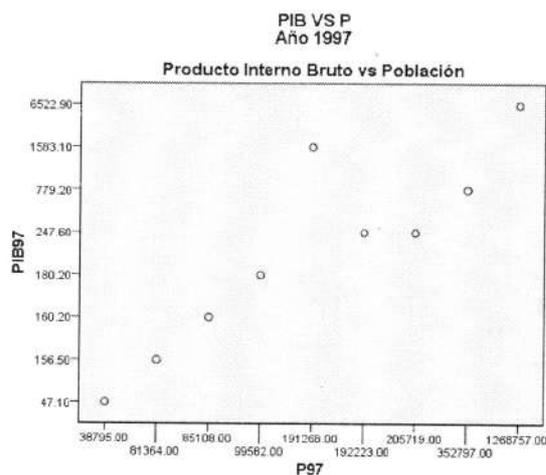
$$PIB = 0.0052P - 384.07$$

Correlaciones

		P96	PIB96
P96	Correlación de Pearson	1	.991**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.801E15	2.474E13
	Covarianza	2.285E11	1.178E9
	N	21012	21012
PIB96	Correlación de Pearson	.991**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.474E13	1.300E11
	Covarianza	1.178E9	6185282.388
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1997



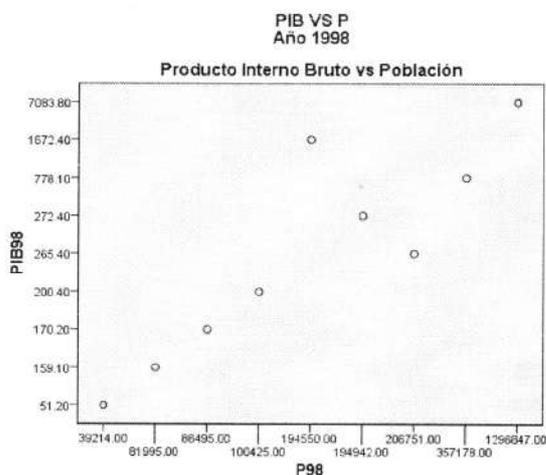
$$PIB = 0.0053P - 381.49$$

Correlaciones

		P97	PIB97
P97	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	5.036E15	2.643E13
	Covarianza	2.397E11	1.258E9
	N	21012	21012
PIB97	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.643E13	1.419E11
	Covarianza	1.258E9	6752446.926
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1998



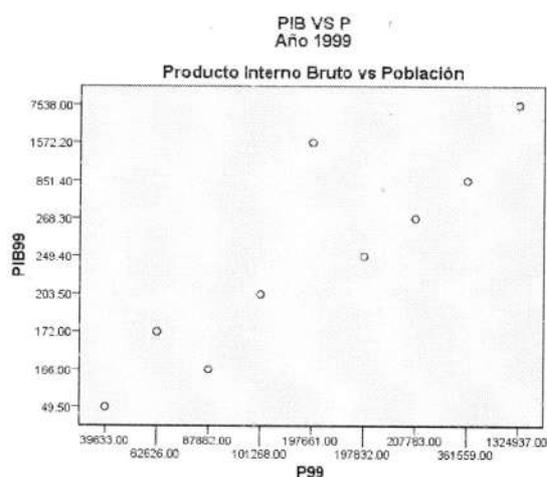
$$PIB = 0.0059P - 420.00$$

Correlaciones

		P98	PIB98
P98	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	5.278E15	2.955E13
	Covarianza	2.512E11	1.406E9
	N	21012	21012
PIB98	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	2.955E13	1.691E11
	Covarianza	1.406E9	8049378.871
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 1999



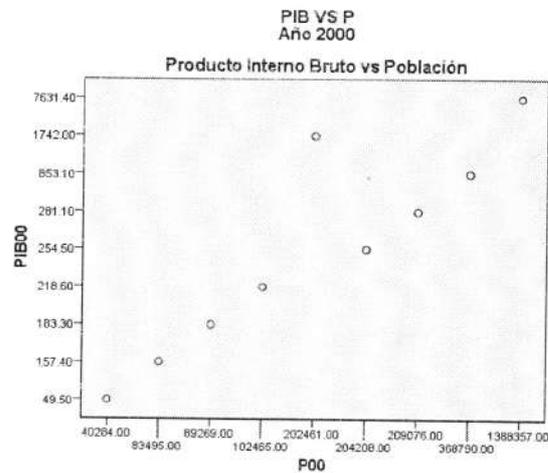
$$PIB = 0.0059P - 474.78$$

Correlaciones

		P99	PIB99
P99	Correlación de Pearson	1	.992**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	5.526E15	3.264E13
	Covarianza	2.630E11	1.554E9
	N	21012	21012
PIB99	Correlación de Pearson	.992**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.264E13	1.960E11
	Covarianza	1.554E9	9329926.126
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2000



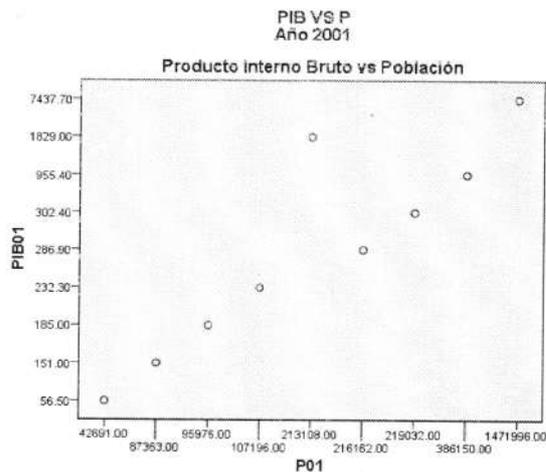
$$PIB = 0.0057P - 433.08$$

Correlaciones

		P00	PIB00
P00	Correlación de Pearson	1	.990**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	6.125E15	3.446E13
	Covarianza	2.915E11	1.640E9
	N	21012	21012
PIB00	Correlación de Pearson	.990**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.446E13	1.977E11
	Covarianza	1.640E9	9407895.194
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2001



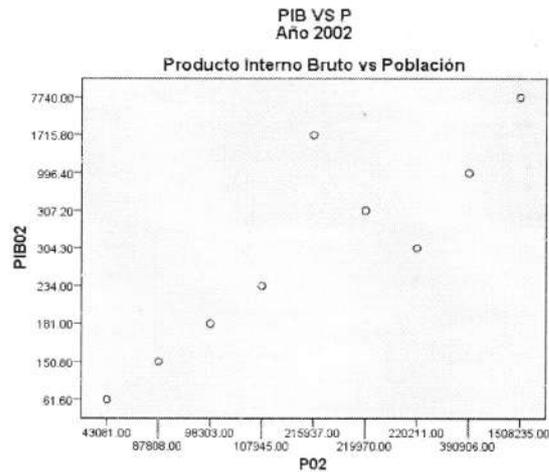
$$PIB = 0.0052P - 373.22$$

Correlaciones

		P01	PIB01
P01	Correlación de Pearson	1	.990**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	6.906E15	3.518E13
	Covarianza	3.287E11	1.674E9
	N	21012	21012
PIB01	Correlación de Pearson	.990**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.518E13	1.830E11
	Covarianza	1.674E9	8707702.707
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2002



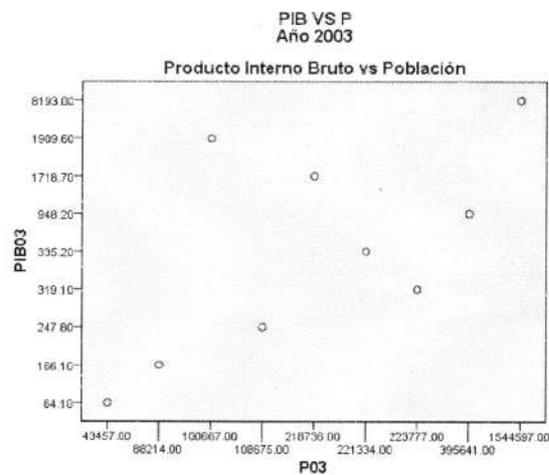
$$PIB = 0.0053P - 405.48$$

Correlaciones

		P02	PIB02
P02	Correlación de Pearson	1	.992**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	7.281E15	3.807E13
	Covarianza	3.465E11	1.812E9
	N	21012	21012
PIB02	Correlación de Pearson	.992**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	3.807E13	2.022E11
	Covarianza	1.812E9	9625433.649
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2003



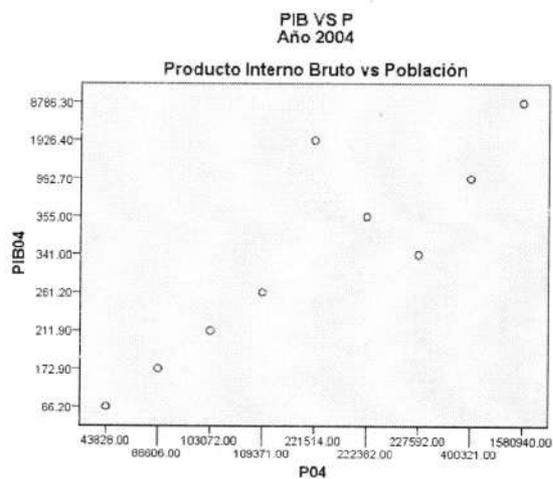
$$PIB = 0.0053P - 175.98$$

Correlaciones

		P03	PIB03
P03	Correlación de Pearson	1	.991**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	7.667E15	4.115E13
	Covarianza	3.649E11	1.958E9
	N	21012	21012
PIB03	Correlación de Pearson	.991**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.115E13	2.250E11
	Covarianza	1.958E9	10707802.147
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2004



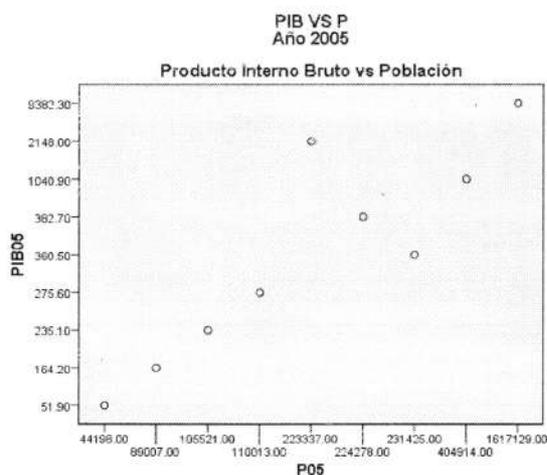
$$PIB = 0.0057P - 452.63$$

Correlaciones

		P04	PIB04
P04	Correlación de Pearson	1	.992**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.063E15	4.569E13
	Covarianza	3.838E11	2.175E9
	N	21012	21012
PIB04	Correlación de Pearson	.992**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.569E13	2.633E11
	Covarianza	2.175E9	12529223.390
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2005



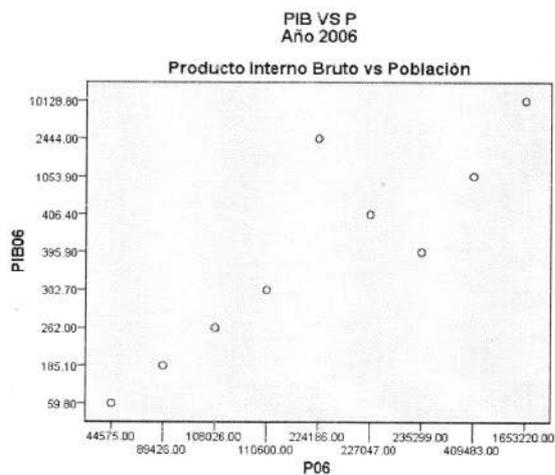
$$PIB = 0.0060P - 466.46$$

Correlaciones

		P05	PIB05
P05	Correlación de Pearson	1	.991**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.472E15	4.980E13
	Covarianza	4.032E11	2.370E9
	N	21012	21012
PIB05	Correlación de Pearson	.991**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	4.980E13	2.982E11
	Covarianza	2.370E9	14191744.296
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2006



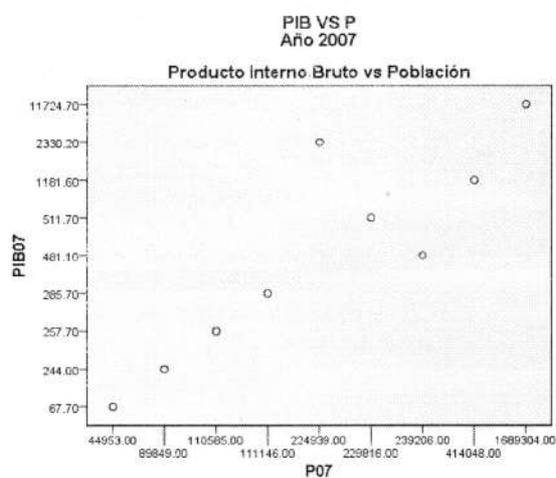
$$PIB = 0.0063P - 477.32$$

Correlaciones

		P06	PIB06
P06	Correlación de Pearson	1	.989**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.895E15	5.481E13
	Covarianza	4.233E11	2.609E9
	N	21012	21012
PIB06	Correlación de Pearson	.989**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	5.481E13	3.452E11
	Covarianza	2.609E9	16428366.168
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2007



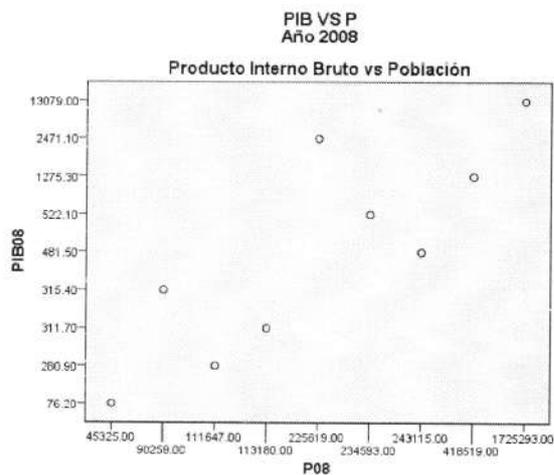
$$PIB = 0.0072P - 611.70$$

Correlaciones

		P07	PIB07
P07	Correlación de Pearson	1	.993**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	9.327E15	6.642E13
	Covarianza	4.439E11	3.161E9
	N	21012	21012
PIB07	Correlación de Pearson	.993**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	6.642E13	4.798E11
	Covarianza	3.161E9	22834814.606
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2008



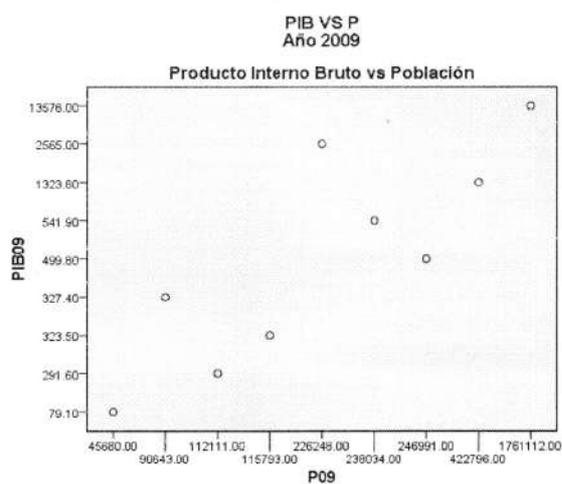
$$PIB = 0.0078P - 698.90$$

Correlaciones

		P08	PIB08
P08	Correlación de Pearson	1	.993**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	9.768E15	7.628E13
	Covarianza	4.649E11	3.631E9
	N	21012	21012
PIB08	Correlación de Pearson	.993**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	7.628E13	6.039E11
	Covarianza	3.631E9	28739579.342
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2009



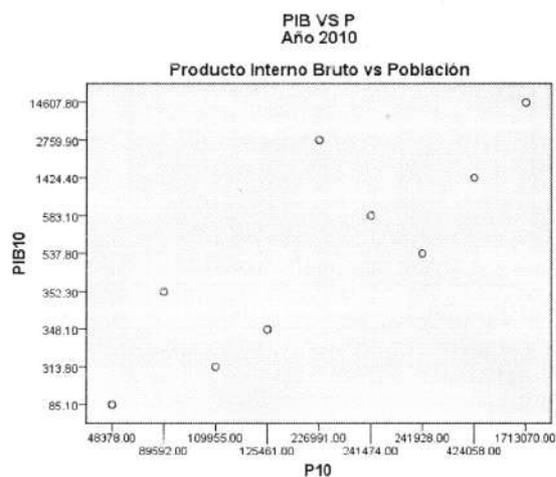
$$PIB = 0,0080P - 710.59$$

Correlaciones

		P09	PIB09
P09	Correlación de Pearson	1	.993**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	1.022E16	8.099E13
	Covarianza	4.863E11	3.854E9
	N	21012	21012
PIB09	Correlación de Pearson	.993**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.099E13	6.506E11
	Covarianza	3.854E9	30965256.563
	N	21012	21012

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Gráfica PIB VS Población 2010



$$PIB = 0.0088P - 820.99$$

Correlaciones

		P	PIB
P	Correlación de Pearson	1	.993**
	Sig. (bilateral)		.000
	Suma de cuadrados y productos cruzados	9.571E15	8.432E13
	Covarianza	4.555E11	4.013E9
	N	21012	21012
PIB	Correlación de Pearson	.993**	1
	Sig. (bilateral)	.000	
	Suma de cuadrados y productos cruzados	8.432E13	7.533E11
	Covarianza	4.013E9	35851018.291
	N	21012	21012

** . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).